

UNIVERSIDAD DE CUENCA



FACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS II COHORTE

**“CARACTERIZACIÓN DEL RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO ENTRE
ESTUDIANTES DE CICLOS DE NIVELACIÓN PREUNIVERSITARIOS”**

Trabajo de titulación previo a la
obtención del Título de Magister
en Docencia de las Matemáticas

AUTOR:

ESTEBAN BOLIVAR MENDIETA VANEGAS
C.I.: 0102721537

DIRECTORA:

DRA. JANETH CATALINA MORA OLEAS
C.I.: 0102298676

CUENCA-ECUADOR

2017





Resumen

Evaluar el razonamiento lógico-matemático resulta complejo, incluyendo su propia definición; sin embargo, ha sido utilizado por varias instancias, especialmente educativas, a la hora de aplicar procesos selectivos, como el ingreso a las universidades. En ese contexto, el presente estudio buscó caracterizar este tipo de razonamiento en estudiantes de ciclos de nivelación preuniversitarios, destacando que al momento de la aplicación continuaba vigente dicho programa, que se eliminó formalmente de la Universidad de Cuenca, en septiembre del 2016.

Para la aplicación del estudio, se recurrió a las propuestas teóricas de Jean Piaget, características como combinatoria, proporciones, equilibrio mecánico, probabilidad, sistemas de referencia y operaciones proposicionales, fueron plasmadas en una batería de problemas no estándar, instrumento desarrollado por las investigadoras Guillermina Waldeg y Mercedes de Agüero, cuyo uso fue autorizado para la presente investigación.

El estudio fue descriptivo y relacional, de tipo cuantitativo, a partir de información primaria recogida mediante la aplicación, de la mencionada batería, a 416 estudiantes de nivelación de la Universidad de Cuenca, del período septiembre 2015 - enero 2016, distribuidos en las áreas técnica, social y salud. Del análisis se encontró una diferencia significativa en los resultados, de acuerdo al área de formación, siendo el área técnica la de mejor desempeño. El análisis de datos se basó en el estadístico de prueba "chi-cuadrado" de Pearson, y para el caso de porcentajes medios, se aplicó Kruskal-Wallis, estadísticos obtenidos mediante el uso del software estadístico SPSS-V20. En el presente estudio, se estableció una significancia del 5%.

Palabras clave: Razonamiento lógico-matemático, Piaget, Combinatoria, Proporciones, Equilibrio Mecánico, Probabilidad, Sistemas de Referencia, Operaciones Proposicionales, problemas no estándar



Abstract

Evaluating logical-mathematical reasoning is complex, including its own definition; however, this parameter has been used by several instances, especially educational, when applying selective processes, such as entry to universities. In this context, the present study sought to characterize this type of reasoning in students of pre-university leveling cycles, noting that at the time of application the program was still in force, which was formally eliminated from the University of Cuenca in September 2016.

For The application of the study was based on the theoretical proposals of Jean Piaget, characteristics such as combinatorial, proportions, mechanical equilibrium, probability, reference systems and propositional operations, were expressed in a set of non-standard problems, an instrument developed by the researchers Guillermina Waldeg and Mercedes de Agüero, whose use was authorized for the present investigation.

The study was descriptive and relational, of quantitative type, based on primary information collected through the application of the above mentioned battery, to 416 leveling students of the University of Cuenca, from September 2015 to January 2016, distributed in the areas: technical, social and health. From the analysis we found a significant difference in the results, according to the training area, being the technical area the one of better performance.

The data analysis was based on Pearson's "chi-square" test statistic, and for the case of mean percentages, Kruskal-Wallis, statistical obtained using the SPSS-V20 statistical software, was applied. In the present study, a significance of 5% was established.

Keywords: Logical-Mathematical Reasoning, Piaget, Combinatorial, Proportions, Mechanical Equilibrium, Probability, Reference Systems, Propositional Operations, non-standard problems



Índice

Resumen.....	2
Abstract	3
Índice de Tablas	6
INTRODUCCIÓN	12
CAPÍTULO I	15
MARCO TEÓRICO.....	15
1.1. Razonamiento lógico matemático desde la perspectiva de Jean Piaget.....	15
1.2 Críticas a la visión de Piaget	21
1.3 Razonamiento lógico matemático desde la perspectiva de Howard Gardner	22
1.4 Definiendo el razonamiento lógico-matemático.....	24
CAPÍTULO II	25
MÉTODO.....	25
2.1 Enfoque y tipo de estudio	25
2.2 Población.....	25
2.3 Muestra	25
2.4 Procedimiento	26
2.5 Instrumento de recolección de información	27
2.5.1 Razonamiento combinatorio.....	27
2.5.2 Razonamiento proporcional.	30
2.5.3 Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos.	31
2.5.4 Equilibrio mecánico.	32
2.5.5 Razonamiento probabilístico.	33
2.5.6 Operaciones proposicionales.	34
2.6 Análisis estadístico	35
CAPITULO III	36
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	36
3.1 Resultados	36
3.1.1 Resultados generales	36



3.1.1.1 Razonamiento combinatorio.	36
3.1.1.2 Razonamiento proporcional	40
3.1.1.3 Coordinación de Sistemas de referencia (SR) y movimientos relativos.	43
3.1.1.4 Equilibrio mecánico.....	45
3.1.1.5 Razonamiento probabilístico.....	47
3.1.1.6 Operaciones proposicionales.....	49
3.1.2 Resultados por área	51
3.1.2.1 Razonamiento combinatorio.	51
3.1.2.2 Razonamiento proporcional.	53
3.1.2.3 Coordinación de S. R. y movimientos relativos.....	55
3.1.2.4 Equilibrio mecánico.....	56
3.1.2.5 Razonamiento probabilístico.....	58
3.1.2.6 Operaciones proposicionales.....	59
3.2 Discusión.....	62
3.2.1 Razonamiento combinatorio	62
3.2.2 Razonamiento proporcional	64
3.2.3 Coordinación de sistemas de referencia (SR) y movimientos relativos....	66
3.2.4 Equilibrio mecánico	68
3.2.5 Razonamiento probabilístico	69
3.2.6 Operaciones proposicionales	71
CAPITULO IV	75
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	75
4.1 Conclusiones.....	75
4.2 Recomendaciones.....	76
Bibliografía	78
Anexos	81
Anexo 1: Instrumento	81
Anexo 2: Autorización y solicitud de uso del instrumento	89



Índice de Tablas

Tabla 1.	Diferencias entre el pensamiento concreto y el formal	17
Tabla 2.	Reformulaciones de Piaget en torno al pensamiento formal	22
Tabla 3.	Distribución de la muestra por áreas del conocimiento	26
Tabla 4.	Razonamiento combinatorio. Comportamiento promedio respecto a la visualización de los problemas.	38
Tabla 5.	Razonamiento combinatorio. Comportamiento promedio respecto a la cuantificación de los problemas.....	39
Tabla 6.	Razonamiento combinatorio. Comportamiento respecto al análisis de relaciones	40
Tabla 7:	Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a la identificación de variables	41
Tabla 8.	Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a realizar compensación.....	41
Tabla 9.	Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a la cuantificación.....	42
Tabla 10.	Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a establecer proporción.....	42
Tabla 11:	Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos. Comportamiento respecto a considerar sistemas de referencia.....	44
Tabla 12.	Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos. Comportamiento respecto a realizar composición de movimientos.....	44
Tabla 13.	Equilibrio mecánico. Comportamiento respecto a diferenciar variables.	46
Tabla 14.	Equilibrio mecánico. Comportamiento respecto a desarrollar estrategias de compensación.	47
Tabla 15:	Equilibrio mecánico. Comportamiento respecto a analizar relaciones	47
Tabla 16.	Razonamiento probabilístico. Analiza casos posibles	48
Tabla 17.	Razonamiento probabilístico. Comportamiento respecto a correlacionar casos posibles.....	49
Tabla 18.	Operaciones proposicionales. Comportamiento respecto al análisis de casos posibles (Pregunta 5).	50



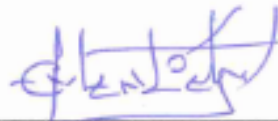
Tabla 19. Operaciones proposicionales. Comportamiento medio respecto al análisis de casos posibles (Pregunta 14).	51
Tabla 20. Razonamiento combinatorio. Resultados por área (I).	52
Tabla 21. Razonamiento combinatorio. Resultados por área (II)	53
Tabla 22. Razonamiento proporcional. Porcentaje por área (I).	54
Tabla 23. Razonamiento proporcional. Porcentaje por área (II).	55
Tabla 24. Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos por área.	56
Tabla 25. Equilibrio mecánico. Porcentaje por área (I).	57
Tabla 26: Equilibrio mecánico. Porcentaje por área (II).	58
Tabla 27. Razonamiento probabilístico. Porcentaje por área.	59
Tabla 28: Operaciones proposicionales. Análisis de casos posibles. Porcentaje por área	60
Tabla 29: Operaciones proposicionales. Análisis de cuantificadores y nivel semántico. Porcentaje por área	61



Universidad de Cuenca
Clausula de derechos de autor

Esteban Bolívar Mendieta Vanegas, autor del Trabajo de Titulación "CARACTERIZACIÓN DEL RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO ENTRE ESTUDIANTES DE CICLOS DE NIVELACIÓN PREUNIVERSITARIOS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi Título de Magister en Docencia de las Matemáticas. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, marzo de 2017



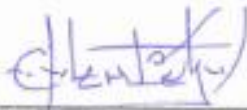
Esteban Bolívar Mendieta Vanegas
CI.: 0102721537



Universidad de Cuenca
Clausula de propiedad intelectual

Esteban Bolívar Mendieta Vanegas, autor del Trabajo de Titulación "CARACTERIZACIÓN DEL RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO ENTRE ESTUDIANTES DE CICLOS DE NIVELACIÓN PREUNIVERSITARIOS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, marzo de 2017



Esteban Bolívar Mendieta Vanegas
CL: 0102721537



Dedicatoria

A los miles de jóvenes ecuatorianos que en nombre del “razonamiento lógico matemático”, vieron truncados su aspiración y derecho a acceder a la educación superior.



Agradecimiento

A la Universidad de Cuenca y su Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación. A los directores del programa de Maestría en Docencia de las Matemáticas II Cohorte, particularmente a la Dra. Catalina Mora Oleas, quienes con su apoyo y colaboración coadyuvaron a la concreción del presente estudio.

Gratitud especial a Ximena, Pablo Esteban y Estefanía por su cariño, paciencia y aporte decidido de conocimiento, ideas y coraje.

INTRODUCCIÓN

Desde el año 2010, en el Ecuador, ha cobrado relevancia la evaluación de aptitudes, proceso que, a más de medir conocimientos específicos, aspira conocer aspectos como: los niveles de razonamiento abstracto, lógico matemático, numérico y verbal de aquellas personas que aspiran obtener desde un cargo público hasta ingresar a la Universidad. En este último caso, a partir del año 2012, el proceso está institucionalizado ya que los bachilleres ecuatorianos, a través del Sistema Nacional de Nivelación y Admisión -SNNA- rinden un examen de aptitud previo a su ingreso a la Universidad.

En referencia a los resultados del examen (sobre 1000), aplicado en el año 2012: “Todos los estudiantes tuvieron mayores dificultades en la prueba de razonamiento lógico, lo que deberá ser tomado muy en cuenta en todas las instituciones de educación media y superior. El promedio en razonamiento verbal fue 683,13; en razonamiento lógico 655,08; y, en razonamiento abstracto 664 puntos” (EcuadorUniversitario.com, 2012) .

Además, la Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia y Tecnología (SENESCYT) promueve un Programa de Becas para postgrados en varias universidades del mundo, dentro del proceso de selección está la “Prueba escrita de aptitud académica” que busca medir, entre otros aspectos, “el desempeño de los/las postulantes en el área relacionada con el razonamiento lógico–matemático”, que según la guía del examen de ingreso al posgrado -EXAIP- adoptada por la SENESCYT, “explora la capacidad para realizar cálculos e inferencias mediante al análisis de información numérica y espacial y su habilidad para establecer relaciones abstractas” (Senescyt, 2014); este indicador representa el 20.83% del total de la prueba.

Estos planteamientos iniciales sugieren investigar el tema del razonamiento lógico matemático a partir de: su definición, sus características e implicaciones, en el campo educativo en todos sus niveles incluido el universitario. Se realizó una búsqueda preliminar de investigaciones realizadas sobre este tema en la Universidad de Cuenca, las cuales se enfocan mayoritariamente en otros niveles,

por ejemplo, en referencia al razonamiento lógico, se abordan temas orientados a “desarrollar” este tipo de razonamiento en niños de Educación Básica (Paltan & Quilli, 2011). En una línea similar se ubica el trabajo de Lliguaipuma (2011) quien en su investigación realizada entre estudiantes de octavo nivel de Educación Básica, mediante un test de razonamiento lógico matemático, concluye que “en los exámenes se reflejan claramente la falta de comprensión de los contenidos matemáticos y la ausencia de aplicación de las destrezas cognitivas en las actividades escolares como parte de su proceso de aprendizaje” (p. 98). Gómez & Tapia (2011), en su trabajo recomiendan que mediante estrategias adecuadas, el estudiante abandone los aprendizajes mecánicos y construya (por medio del razonamiento lógico) el sistema numérico- espacial para la solución de problemas matemáticos.

En el contexto nacional, existen importantes investigaciones con esta temática, se destaca la definición de razonamiento lógico matemático que propone Tibanquiza (2013) señala que “es el uso de premisas matemáticas para llegar a una solución cierta” (p. 30). En el contexto latinoamericano, una investigación desarrollada en una Universidad del Departamento del Magdalena, Colombia, ofrece una aproximación más precisa al presente estudio, al establecer que existe un mejor nivel de razonamiento lógico en estudiantes que cursaron una carrera técnica, cuando se señala que:

“Teniendo en cuenta los resultados obtenidos por los estudiantes de los diferentes programas en la prueba total de razonamiento lógico, se infiere, que el tipo de formación puede incidir notablemente en los resultados obtenidos en la prueba, debido a que el estudio muestra en la facultad de ingeniería un mejor desempeño”. (Iriarte, Espeleta, Cortina, Zambrano, & Fernandez, 2010, p. 60)

En México, Larrazolo, Backhoff & Tirado (2013) destacan el bajo nivel de escolaridad con que egresan los estudiantes del bachillerato en dicho país, especialmente en el nivel de habilidades básicas de razonamiento matemático según los autores debieron aprenderse en la educación primaria y secundaria.



De acuerdo con Serna & Florez (2013) “resolver problemas lógicamente es un proceso de búsqueda a través de datos conocidos, a los que se adiciona información para complementar el archivo básico en ese tema en particular” (p. 3); además Eckerdal & Berglund (2005) señalan que “dicho proceso se logra porque la persona se ha formado en lógica y ha desarrollado un razonamiento que le permite seguir o construir un camino mediante pasos cuidadosamente estructurados, y asegurándose de que cada uno se apoye firmemente en el conocimiento anterior” citado por Serna & Florez (2013, p. 3)

La investigación que mejor se aproxima al tema planteado es la desarrollada por Waldegg & de Agüero (1999) titulada: *Habilidades cognoscitivas y esquemas de razonamiento en estudiantes universitarios*, las autoras a partir de las respuestas que los estudiantes dieron a una batería de problemas lógico-matemáticos (basados en los esquemas operatorios formales propuestos por Piaget) caracterizaron ciertos esquemas de razonamiento.

Con los antecedentes expuestos y contextualizando el tema a nuestro entorno, particularmente a aquellos estudiantes que habiendo finalizado el bachillerato optan por continuar los estudios universitarios, surgieron varias inquietudes que motivaron el desarrollo de la presente investigación: ¿qué características presenta el razonamiento lógico matemático de los estudiantes que cursan nivelación en la Universidad de Cuenca?, ¿qué tipos de razonamiento lógico-matemático han desarrollado?, ¿cuál de ellos prevalece?, ¿qué relación existe entre los tipos de razonamiento lógico matemático y la carrera que cursan los estudiantes?

En procura de solventar los interrogantes planteados, se aplicó una batería de problemas a los estudiantes que cursaron nivelación en la Universidad de Cuenca en el período octubre 2015 enero 2016. Con los resultados obtenidos se identificaron y analizaron ciertas características del razonamiento lógico-matemático que presentaron los estudiantes de las diferentes áreas de conocimiento.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

La presente investigación se apoyó en el aporte de: Jean Piaget, Inhelder Barbel, Howard Gardner, Luis Rico e investigadoras como Guillermina Waldeg, Mercedes de Agüero, Teresa Sanz y otros que en la línea del constructivismo han elaborado teorías en torno al desarrollo del pensamiento formal.

1.1. Razonamiento lógico matemático desde la perspectiva de Jean Piaget

Definir al razonamiento lógico matemático desde la perspectiva de este científico social, implica un largo recorrido al igual que su obra; por ello, y sin caer en el reduccionismo, se citarán aspectos relevantes del trabajo de Piaget, de tal forma que coadyuven a conceptualizar el razonamiento lógico matemático.

Como punto de partida está la interrelación entre las Matemáticas y la Lógica, que para Piaget (1970) se evidencia con el descubrimiento del álgebra de Boole, cuando afirma que: “gracias al empleo de algoritmos cada vez más precisos y al desarrollo de la teoría algebraica de las estructuras, la lógica se hizo inseparable de las matemáticas” (p.20). En una mejor aproximación al concepto de pensamiento lógico, “es la coronación del desarrollo psíquico y constituye el término de una construcción activa y de un compromiso con el exterior, los cuales ocupan toda la infancia” (Katz, Piaget, Inhelder, & Busemann, 1970, p. 41). Para acentuar lo citado, Piaget critica la lógica empirista, porque ve en la inducción un sencillo registro de los datos de la experiencia, “sin comprender el papel fundamental de estructuración de lo real que desempeñan las operaciones lógico-matemáticas y, especialmente, las estructuras formales” (Piaget & Barbel, 1997, p. 147).

A estos conceptos abstractos, es necesario desentrañarlos y ubicarlos en el contexto que nos ocupa, es decir, el razonamiento lógico matemático. En esa dirección, revisando la obra “Psicología del Niño”, Piaget & Barbel (1997) establecen tres períodos o estructuras ligados al desarrollo del pensamiento:

- I. Período senso-motor (12 – 18 meses de edad).
- II. Período de las operaciones concretas (desde los 7 – 8 años de edad).
- III. Período de las operaciones formales o proposicionales (11-12 a 14-15 años).

Adicional a estos períodos o estructuras, Piaget plantea las estructuras **N**, que son aquellas que se presentan luego de la adolescencia y que son estructuras tanto de la Lógica como de las Matemáticas.

Respecto al tercer período, el de las operaciones formales o proposicionales, que son la base de la presente investigación, Piaget señala que en esta etapa el sujeto es capaz de razonar correctamente sobre proposiciones en las que no cree aún, es decir, sobre hipótesis, siendo capaz de concluir sobre verdades simplemente posibles, y, que este período para ser descrito y analizado se le debe extraer los aspectos lógicos apoyándose en un álgebra general.

Estas operaciones formales, a decir de Piaget (1997), implican una verdadera lógica del sujeto por las siguientes razones:

- Permiten razonar formalmente sobre hipótesis expresadas verbalmente, como ocurre en toda discusión consistente.
- Se aplican a datos experimentales y físicos, permitiendo disgregar factores (combinatoria), y por ende a excluir hipótesis falsas y construir esquemas explicativos complejos.
- Constituyen, una generalización de las operaciones concretas, considerando que la combinatoria es una clasificación de clasificaciones.

Una explicación de las formulaciones anteriores proporciona María Teresa Sanz de Acedo Baquedano, docente de la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED-España), quien en el curso “Psicología del Desarrollo” (2011), resume la propuesta de Piaget en torno al pensamiento formal como:

1. La capacidad de pensar en abstracto, es decir, los sujetos no tienen que razonar acerca de objetos o situaciones concretas, sino que pueden separarse de la realidad y pensar abstractamente.
2. La capacidad para imaginar otras posibilidades, ya que el sujeto empieza a pensar no solo en lo que es sino en lo que podría ser, lo que implica pasar de lo real y concreto hasta lo posible e incluso ideal, destacando que para manejar lo posible se necesita tanto de la combinatoria ya que permite organizar de manera ordenada todas las variables para obtener todos los casos posibles, así como de la separación de los factores intervinientes, para aislar unos elementos de otros y establecer su rol en el resultado final.
3. La capacidad de afirmar, por medio de una lógica proposicional, la verdad o falsedad de los enunciados sin pensar en la realidad.

La Tabla 1 resume las principales diferencias entre el pensamiento concreto y el formal

Tabla 1. Diferencias entre el pensamiento concreto y el formal

PENSAMIENTO CONCRETO	PENSAMIENTO FORMAL
Resuelve problemas al azar	Resuelve problemas planteando hipótesis
Apegado a la realidad concreta	Razona sobre lo posible
Utiliza datos inmediatos	Incorpora conocimiento previo
Actuación sobre los objetos	Razonamiento verbal
Combina elementos comparando combinaciones anteriores	Combina elementos de forma sistemática
Multiplicación de ensayos	Aislamiento de factores
Lógica de clases	Lógica proposicional
Razonamiento empírico-inductivo	Razonamiento hipotético-deductivo

Fuente: Sanz, 2011, Psicología del desarrollo

Retomando los períodos o estructuras inherentes al desarrollo del pensamiento (I senso-motor, II operaciones concretas y III operaciones formales) Piaget plantea las estructuras N, que son aquellas que se presentan luego de la adolescencia y que son estructuras tanto de la lógica como de las matemáticas. Para este autor, entre las estructuras III y las estructuras N actúa una triada de estructuras interrelacionadas que son:

1. Estructuras del grupo la reversibilidad IN y la reversibilidad RC: INRC
2. Estructuras del Álgebra Booleana
3. Estructuras de Bourbaki

El grupo INRC según Piaget e Inhelder (1963/1973), citado por Rodríguez y Rosas (2011) está dividido en la reversibilidad **IN** y la reversibilidad **RC**. En la primera reversibilidad **I** es la **I**dentidad entre las acciones y las acciones inversas, y **N** es la **N**egación de la acción, mientras que la reversibilidad RC, **R** es la **R**ecíproca de la acción inicial y **C** de **C**orrelación, es la acción inversa de la acción recíproca.

Respecto a las estructuras del álgebra Booleana y de Bourbaki, Rodríguez y Rosas (2011) señalan que: “el álgebra de Boole, es un referente obligado para comprender la relación de la lógica con las matemáticas, al menos en lógica clásica, puesto que a través de la asimilación de las conectivas lógicas como conectivas matemáticas se pueden pensar las operaciones mentales que realiza el sujeto como operaciones formales” (p. 78), mientras las estructuras de Bourbaki “contribuyen con su noción de estructuras matrices, las cuales son el producto de un análisis sobre la búsqueda de estructuras fundamentales que expliquen la existencia de la matemática” (p. 79). En resumen, la lógica matematizada y las estructuras de Bourbaki le sirven a Piaget para explicar la formación de las estructuras lógico-matemáticas del sujeto cognoscente.

Finalmente, en una suerte de resumen de todo lo citado, el período de las operaciones formales tendría cinco características con sus correspondientes particularidades Piaget (1997):



1. El pensamiento formal y el combinatorio
 - Combinatoria
 - Combinaciones de objetos
 - Combinaciones proposicionales
2. El "Grupo" de las dos reversibilidades
 - Inversión o negación
 - Reciprocidad o simetría
3. Los esquemas operatorios formales
 - Las proporciones
 - Dobles sistemas de referencia
 - Equilibrio hidrostático
 - Nociones probabilísticas
4. La Inducción de las Leyes y la disociación de los Factores
 - La elasticidad
 - El péndulo
5. Transformaciones afectivas

En función de estas características, la presente investigación, se desarrolló en torno a los siguientes aspectos, cuya explicación corresponde al propio Piaget (1997):

Razonamiento combinatorio

“La generalización de las operaciones de clasificación o de relaciones de orden desemboca en lo que se llama una combinatoria (combinaciones, permutaciones, etc.), la más sencilla de las cuales está constituida por las operaciones de combinaciones propiamente dichas o clasificaciones de todas las clasificaciones.” (p. 133)

Pensamiento proporcional

“Se ve aparecer, a los once-doce años, la noción de las proporciones en ámbitos muy diferentes, y siempre en la misma forma inicialmente cualitativa. Esos ámbitos son, entre otros: las proporciones espaciales (figuras semejantes), las velocidades

métricas ($e/t = ne/nt$), las probabilidades ($x/y - nx/ny$), las relaciones entre pesos y longitudes de los brazos en la balanza, etc.” (p. 141)

Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos

Para explicar este aspecto, Piaget recurre al ejemplo del movimiento de un caracol, que camina por una plancha en cualquier sentido y simultáneamente la plancha avanza o retrocede con relación a un punto de referencia externo, entonces, en el nivel de las operaciones formales a más de comprender esos dos pares de operaciones directas e inversas, el sujeto, debe componerlas entre sí, por ejemplo, “que el caracol, avanzando, pueda permanecer inmóvil con relación al punto exterior, porque el movimiento de la plancha compensa, sin anularlo, el del animal. Es decir, puede asociar que $I-R = N-C$, donde (I) es, p. ej., la marcha del caracol a la derecha; (R), la marcha de la plancha a la izquierda; (N), la marcha del caracol a la izquierda, y (C), la marcha de la plancha a la derecha.” (p. 143)

Equilibrio mecánico

Piaget utiliza un ejemplo de equilibrio hidrostático, en donde “en una prensa hidráulica en forma de U se coloca, en uno de sus brazos, un pistón cuyo peso puede aumentarse o disminuirse, lo que modifica el nivel del líquido en la otra rama; también, por otra parte, puede modificarse el peso específico del líquido, que sube tanto más alto cuanto menos pesado sea. El problema consiste en comprender que el peso del líquido actúa en sentido contrario al del pistón, como reacción opuesta a su acción.” (p. 143)

Razonamiento probabilístico

Es el resultado de asimilar el azar por medio de un conjunto de operaciones formales, por ejemplo, “para juzgar, la probabilidad de pares o de tríos sacados a suerte de una urna que contenga 15 bolas rojas, 10 azules, 8 verdes, etc., hay que ser capaz de operaciones donde dos de las cuales, al menos, son propias del presente nivel: una combinatoria, que permita tener en cuenta todas las asociaciones posibles entre los elementos del juego; y un cálculo de proporciones, por elemental que sea, que permita captar (lo que se escapa a los sujetos de los niveles precedentes) que probabilidades tales como $3/9$ o $2/6$, etc., son iguales entre sí.” (p. 144)

Operaciones proposicionales

Piaget denomina a estas operaciones "proposicionales", ya que es la combinación de proposiciones desde el punto de vista de su veracidad y de su falsedad. Además, señala que: "las operaciones proposicionales están naturalmente ligadas, mucho más que las operaciones "concretas", a un empleo suficientemente preciso y móvil del lenguaje, porque para manejar proposiciones e hipótesis importa poder combinarlas verbalmente." (p. 144)

1.2 Críticas a la visión de Piaget

La Profesora María Teresa Sanz de Acedo Baquedano, repasa a ciertos autores que cuestionaron a Piaget, quienes señalaban, entre otros aspectos, que las operaciones formales no son universales, que la edad de adquisición es más tardía y que la educación formal es un elemento decisivo en su adquisición, (Dulit, 1972; Laurendeau-Bendavid, 1977; Douglas & Wong, 1977) citado por Sanz (2011). La profesora Sanz resume dichos cuestionamientos de la siguiente manera:

"En el estudio de Dulit (1972) los resultados mostraron que muy pocos individuos (sujetos de 14, 16, 17, 20 y 25 años) emplearon operaciones formales para resolver las tareas. A los 14 años, ni siquiera el 20% las resolvieron correctamente y sólo el 33% de los adultos lograron respuestas adecuadas. El grupo de 16 y 17 años que asistía a un colegio de alto rendimiento alcanzó niveles de resolución mayores que el resto de la muestra." (p. 21)

"El estudio de Laurendeau-Bendavid (1977) comparó la actuación de sujetos canadienses y ruandeses. Concluyendo que la utilización del pensamiento formal en culturas diferentes a la occidental es escasa o nula." (p. 23)

"En el estudio de Douglas & Wong (1977) presentaron tareas que requerían pensamiento formal a adolescentes de 13 y 15 años de dos nacionalidades (chinos y estadounidenses). El grupo de adolescentes estadounidenses de 15 años obtuvo el mejor rendimiento, mientras que el grupo de adolescentes

chinos fue el que peor resolvió las tareas. Entre el grupo de adolescentes chinos, las chicas alcanzaron peores resultados y esta diferencia entre ambos sexos no se encontró en el grupo de estadounidenses.” (p. 22)

Con lo expuesto, la profesora Sanz indica que las críticas sobre el pensamiento formal y la evidencia de muchos trabajos, llevaron a Piaget a reformular su teoría en 1970, lo que se resume en la Tabla 2:

Tabla 2. Reformulaciones de Piaget en torno al pensamiento formal

- Sobre la edad de adquisición:	Afirmó que todos los sujetos normales alcanzan las operaciones formales, si no en las edades que había propuesto, sí en todos los casos entre los 15 y los 20 años.
- Sobre la universalidad del pensamiento:	Admitió que este tipo de pensamiento se adquiere siempre que el medio social y la experiencia proporcionen las herramientas cognitivas y la incitación intelectual necesaria.
- Sobre la influencia de la familiaridad y el contenido:	Reconoció que las operaciones formales se pueden alcanzar en terrenos diferentes en función de las aptitudes y la especialización profesional.

Fuente: Sanz, 2011, Psicología del desarrollo

1.3 Razonamiento lógico matemático desde la perspectiva de Howard Gardner

Un criterio a tener en cuenta sobre el razonamiento lógico-matemático, es el del investigador Howard Gardner, quien propone la existencia de 7 inteligencias: la lingüística, la lógica-matemática, la cinético-corporal, la espacial, la musical, la interpersonal y la intrapersonal.

Respecto a la Inteligencia lógico-matemática, señala dos aspectos esenciales:

1. “En los individuos dotados, el proceso de resolución de problemas es, a menudo, extraordinariamente rápido: el científico competente maneja simultáneamente muchas variables y crea numerosas hipótesis que son evaluadas sucesivamente, y posteriormente aceptadas o rechazadas.



Puede construirse la solución del problema antes de que ésta sea articulada. De hecho, el proceso de solución puede ser totalmente invisible, incluso para el que ha resuelto el problema. Esto no tiene por qué implicar que los descubrimientos de este tipo sean misteriosos, intuitivos o imposibles de predecir. Interpretamos esto como el trabajo de la inteligencia lógico-matemática.

2. Junto a su compañera, la capacidad lingüística, el razonamiento lógico-matemático proporciona la base principal para los test de CI. Esta forma de inteligencia ha sido investigada en profundidad por los psicólogos tradicionales y constituye el arquetipo de la «inteligencia en bruto» o de la habilidad para resolver problemas que supuestamente pertenecen a todos los terrenos.” (Gardner, 1993, p. 7)

Con estas consideraciones resulta irónico para Gardner que aún no se comprenda el mecanismo real a través del cual se alcanza una solución a un problema lógico-matemático, por lo que, reconoce implícitamente la necesidad de continuar investigando este aspecto.

En su obra “Inteligencias Múltiples: La Teoría en la Práctica”, define en forma general a la inteligencia de la siguiente manera:

“Una inteligencia implica la habilidad necesaria para resolver problemas o para elaborar productos que son de importancia en un contexto cultural o en una comunidad determinada. La capacidad para resolver problemas permite abordar una situación en la cual se persigue un objetivo, así como determinar el camino adecuado que conduce a dicho objetivo” (p. 4)

Una abstracción de los planteamientos de Gardner se plasman en el trabajo de Ferrándiz, Bermejo, Sainz, Ferrando y Prieto (2008), quienes tratan a “la inteligencia lógico-matemática como la capacidad para construir soluciones y resolver problemas, estructurar elementos para realizar deducciones y fundamentarlas con argumentos sólidos” (p. 214)

1.4 Definiendo el razonamiento lógico-matemático

Revisando nuevamente a Piaget, respecto a los factores que actúan en el desarrollo mental, sostiene que uno de estos factores es la experiencia adquirida por la acción sobre los objetos, siendo esta experiencia de dos tipos: física y lógico-matemática, en donde la experiencia física consiste en actuar sobre los objetos para abstraer sus propiedades mientras que la experiencia lógico-matemática consiste en actuar sobre los objetos, pero con la finalidad de conocer el resultado de la coordinación de las acciones (Piaget & Barbel, 1997).

Este punto de partida lleva al planteamiento de Waldeg (1999), quien sugiere que la tarea de resolución de situaciones problemáticas es una actividad subjetiva, “mayoritariamente inconsciente, que incluye el uso del lenguaje, de símbolos y otros medios de representación; la ubicación de la situación en referentes conocidos; la recuperación de significados y conocimientos pertinentes al tema y la utilización de esquemas de razonamiento lógico-matemáticos.” (p. 10)

Resulta esclarecedora la definición de razonamiento como “la capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto expresado mediante una secuencia argumental, es decir, es la forma usual de procesar conceptos” (Rico, 1997, pág. 18). El mismo autor considera que las matemáticas tienen un alto valor formativo porque desarrollan las capacidades de razonamiento lógico, abstracción, rigor y precisión.

Con los criterios expuestos y apoyados en los esquemas operatorios formales de Piaget descritos, en esta investigación se propone la siguiente definición operativa de razonamiento lógico matemático: *capacidad de construir soluciones, resolver problemas, estructurar elementos para realizar deducciones, estableciendo relaciones entre las unidades de información, mediante una secuencia argumental sólida, como resultado de un pensamiento formal.*



CAPÍTULO II

MÉTODO

2.1 Enfoque y tipo de estudio

El estudio fue descriptivo y relacional, de tipo cuantitativo, a partir de información primaria recogida mediante la aplicación de una batería de situaciones problemáticas no estándar orientada a caracterizar los esquemas de razonamiento lógico matemático de estudiantes de nivelación universitarios.

2.2 Población

El estudio se dirigió a estudiantes de nivelación de la Universidad de Cuenca, (ciclo septiembre 2015 – febrero 2016), que de acuerdo a la información oficial totalizaron 2837.

2.3 Muestra

Se determinó el tamaño de la muestra, estableciéndose en 416, cantidad que da una certidumbre del 95% y un error del 4.45%. La muestra se seleccionó por estratificación en tres áreas de conocimiento: técnica, social y de la salud. Para la distribución por área se consideró una afijación no proporcional, según el detalle que se muestra en la Tabla No. 3.

Tabla 3. Distribución de la muestra por áreas del conocimiento

ÁREA	FACULTAD	CARRERA	MUESTRA
Técnica	Arquitectura	Arquitectura	47
	Ingeniería	Ing. Civil, Ing. Eléctrica, Ing. de Sistemas, Ing. Electrónica*	51
		Ingeniería Industrial	34
	Ciencias Químicas	Ingeniería Ambiental	24
		Total Área Técnica	
Humanística	Jurisprudencia	Derecho	30
		Orientación Familiar	36
		Cine	18
	Filosofía	Cultura Física	29
		Física y Matemáticas	13
		Total Área Humanística	
Salud	Ciencias Médicas	Medicina	63
		Tecnología y Enfermería *	38
	Odontología	Odontología	33
Total Área Salud		134	
Total de la muestra			416

*Los estudiantes de estas carreras compartían el mismo curso de nivelación dentro de su Facultad

2.4 Procedimiento

A partir de información primaria recogida mediante la aplicación de una batería de situaciones problemáticas no estándar, se buscó indicios sobre los esquemas de razonamiento lógico matemático de los estudiantes de nivelación de las diferentes carreras de la Universidad de Cuenca, en base a los esquemas operatorios formales propuestos por Piaget (Waldegg & de Agüero, 1999).

Previo a la aplicación del estudio se realizó un pilotaje en julio del año 2015 a 57 estudiantes de nivelación de la Facultad de Ciencias Químicas, que permitió hacer ciertas precisiones de forma al instrumento. El instrumento se aplicó durante los meses de diciembre 2015 y enero 2016, y se asignó 1 hora para su solución, contando para el efecto con la autorización respectiva de las autoridades.

2.5 Instrumento de recolección de información

Para caracterizar el razonamiento lógico matemático, objetivo de la presente investigación, se utilizó un instrumento desarrollado por Guillermina Waldeg y Mercedes de Agüero, quienes basadas en los esquemas operatorios formales de Piaget, elaboraron una batería de problemas lógico-matemáticos para determinar las “Habilidades cognoscitivas y esquemas de razonamiento en estudiantes universitarios”, Anexo 1, artículo publicado en la Revista Mexicana de Investigación Educativa (julio-diciembre 1999), vol. 4, núm. 8, revista indexada en la Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal (redalyc.org). La autorización de uso del instrumento se muestra en el Anexo 2.

Se destaca que las preguntas del instrumento en cuestión se encuentran dispersas en la publicación original, las respuestas y los criterios de evaluación se estructuraron a partir de la lectura de dicha publicación.

Se trata de en una batería de 18 problemas lógico-matemáticos, que abordan seis aspectos: razonamiento combinatorio, pensamiento proporcional, coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos, equilibrio mecánico, razonamiento probabilístico y operaciones proposicionales.

En forma complementaria al instrumento se incluyeron preguntas socio-demográficas: sexo, edad, colegio de procedencia (fiscal, particular o fisco-misional), residencia (urbana o rural), número de personas que integran el núcleo familiar y una estimación de la situación económica del hogar (calificado del 1 al 5, siendo 1 muy baja y 5 muy alta)

2.5.1 Razonamiento combinatorio.

Se caracterizó con tres problemas (preguntas 1, 2 y 3) relativos a: producto cartesiano, diagrama de árbol y análisis de posibilidades. En cada una de las preguntas se identificó la habilidad para: visualizar los casos posibles, cuantificar los casos posibles y analizar las relaciones posibles (particular de la pregunta 3)

Visualizar los casos posibles.

En la pregunta 1, la visualización de los casos posibles, busca identificar la forma en cómo “ve” la solución de un problema que implica combinaciones de N elementos tomados de 2 en 2 con y sin condiciones adicionales. Las respuestas posibles se clasificaron en “estáticas”, es decir, en respuestas que se limitan a dividir entre 2 el número de personas para encontrar el número de parejas (solución errónea) y en “considera otros casos posibles”, es decir, cuando las respuestas buscan establecer el número de parejas asociando el número de personas mediante varias combinaciones, más allá de la mera división para 2. Se destaca que la forma de “ver” la solución no necesariamente es numérica lo que significa que la respuesta pudo ser redactada independiente de la cuantificación, es decir, del procedimiento numérico o algorítmico.

En la pregunta 2 la visualización buscaba identificar las estrategias de conteo. Las respuestas posibles se clasificaron en “no visualiza”, es decir, que no considera un incremento progresivo de ninguna clase y, “considera otros casos posibles”, lo que significa que las respuestas proponen un crecimiento progresivo, independiente del método utilizado, lo cual será analizado en parte de la cuantificación.

En la pregunta 3, la visualización de los casos posibles, buscaba identificar la forma de abordar la solución de un problema que implica un pensamiento combinatorio proposicional. Las respuestas posibles fueron dicotómicas, es decir, “no visualiza” o “si visualiza”, en donde visualizar implicaba proponer algún método de solución para el problema planteado estableciendo estrategias de combinación, que en concordancia con las preguntas 1 y 2 es análogo a “considera otros casos posibles”.

Cuantificar los casos posibles.

La cuantificación conlleva proponer y aplicar un procedimiento de conteo. Así, en la pregunta 1, la cuantificación de los casos posibles, buscaba identificar los métodos adecuados para casos de combinatoria de N elementos agrupados de 2 en 2 con y sin condiciones adicionales. Las respuestas posibles se clasificaron en “no cuantifica”, es decir, que no realiza ningún tipo de propuesta numérica para

llegar a la solución; en “conteo directo”, que se refiere a respuestas que para cuantificar se apoyan en íconos o esquemas gráficos; otra respuesta posible es el “conteo aditivo”, que implica establecer un cierto patrón de casos posibles y luego sumarlos. Finalmente está el “conteo multiplicativo” que usa y aplica expresiones simbólicas de la matemática combinatoria.

En la pregunta 2, la cuantificación de los casos posibles, buscaba identificar los métodos adecuados para casos de progresión geométrica. Las respuestas posibles se clasificaron en “no cuantifica”, es decir, que no realiza ningún tipo de propuesta numérica para llegar a la solución; en “conteo directo”, que se refiere a respuestas que para cuantificar se apoyan en íconos o esquemas gráficos; otra respuesta posible es el “conteo sumativo lineal”, que requiere establecer un patrón lineal luego de determinar los primeros períodos de la serie. Finalmente está el “conteo sumativo exponencial” que aplica un patrón de crecimiento exponencial usando y/o aplica expresiones simbólicas de la matemática de progresiones.

En la pregunta 3, la cuantificación, buscaba identificar el uso de procedimientos numéricos o simbólicos para resolver el problema. Las respuestas posibles fueron dicotómicas, es decir, “no cuantifica” o “sí cuantifica”.

Analizar las relaciones posibles.

Este aspecto fue particular de la pregunta 3 y consistió en establecer relaciones coherentes (a partir de la información del problema) entre los elementos de dos conjuntos, en donde la habilidad era descartar las combinaciones “ilógicas”. Este procedimiento permite llegar a una única respuesta al interrogante planteado.

Las respuestas posibles fueron “sí analiza”, lo que significa que en su planteamiento existe una secuencia lógica y coherente que considera los casos posibles y elimina los imposibles. La otra respuesta posible fue “no analiza”, que significa lo opuesto a lo indicado. Además, se incorporó una pregunta, cuya respuesta es una consecuencia directa de la anterior, en donde las posibilidades de respuesta fueron: correcta e incorrecta.

2.5.2 Razonamiento proporcional.

Las preguntas 4 y 18 correspondientes al razonamiento proporcional se caracterizaron mediante dos problemas relativos a: proporcionalidad en mezclas continuas y proporcionalidad en situaciones estáticas. En cada una de las preguntas se determinó la habilidad para: identificar variables, compensar cantidades, cuantificar las relaciones y establecer una proporción directa entre ellas.

Identificar variables

Esta habilidad está en función del problema, así en la pregunta 4, al tratarse de una mezcla, los componentes están combinados y por lo tanto no son identificables, en consecuencia, identificar variables implica asumir la existencia de estos componentes por separado y por ende describirlos.

La pregunta 18 en cambio, propone una situación estática que requiere identificar las 4 variables intervinientes (distancia de la fuente luminosa al objeto, distancia de la fuente luminosa a la pared, altura del objeto y altura de la sombra). En ambas preguntas, las respuestas posibles fueron: “si identifica” o “no identifica”.

Compensar cantidades.

Aquí la habilidad radica en establecer una relación entre las variables intervinientes, de modo que, un incremento de la una implique un decremento de la otra, es decir, que se reconozca una relación de compensación entre éstas. En ambas preguntas, las respuestas posibles fueron “si compensa” o “no compensa”.

Cuantificar las relaciones

Por las características de estos 2 problemas, su solución se puede expresar en términos matemáticos, por lo tanto, cuantificar las relaciones es justamente llevar dichas expresiones matemáticas a términos cuantitativos. En ambas preguntas, las respuestas posibles fueron: “cuantifica aditivamente”, que significa que la relación matemática se expresa como sumas o restas de las variables intervinientes. Otra respuesta fue “cuantifica multiplicativamente”, que significa establecer las relaciones matemáticas en términos de producto de las variables intervinientes. Finalmente está “no cuantifica”, cuando no propone ninguna solución numérica.



Establecer la proporción

Para llegar a este punto, existe una condición sine qua non que es haber realizado una cuantificación multiplicativa de las variables intervinientes, lo que determina una relación de proporción entre éstas, siendo implícita una relación compensatoria lógica. En ambas preguntas, las respuestas posibles fueron “si establece proporción” o “no establece proporción”.

2.5.3 Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos.

Las preguntas relativas a este aspecto se caracterizaron mediante tres problemas (preguntas 6, 7 y 8) que tratan movimientos desde diferentes sistemas de referencia (SR). En cada una de las preguntas se identificó la habilidad para: considerar sistemas de referencia y realizar composición de movimientos considerando distintos sistemas de referencia.

Considerar sistemas de referencia en diferentes condiciones

En este primer aspecto, y según la pregunta, se propuso condiciones diferentes para SR, así, en la pregunta 6, la habilidad está en la capacidad de visualizar un mismo movimiento desde SR inerciales en movimiento relativo; para la pregunta 7 la habilidad es visualizar movimientos simultáneos en direcciones perpendiculares desde diferentes SR; por último, en la pregunta 8, la habilidad se determina en función del método propuesto para cuantificar movimientos lineales desde diferentes SR.

En las tres preguntas, las respuestas posibles se clasificaron en “no considera”, es decir, cuando no existe planteamientos que consideren SR y “si considera”, cuando en la solución del problema se determina que si se reconoce SR

Realizar composición de movimientos

Este aspecto es una consecuencia del anterior, así, en la pregunta 6, la habilidad está en coordinar los SR (que son distintos) y cuantificar las velocidades; para la pregunta 7 igualmente se requiere coordinar los SR que también son distintos, y analizar movimientos simultáneos en direcciones perpendiculares; finalmente en la pregunta 8, la habilidad está en cuantificar movimientos lineales desde diferentes SR.



En las tres preguntas, y con las mismas consideraciones que el punto anterior, las respuestas posibles fueron “no realiza composición”, y “si realiza composición”.

2.5.4 Equilibrio mecánico.

Las preguntas relativas a este aspecto se caracterizaron mediante tres problemas (preguntas 9, 10 y 11) relativas al equilibrio mecánico, tanto en condiciones estáticas como dinámicas. En cada una de las preguntas se identificó la habilidad para: diferenciar variables, desarrollar estrategias de compensación, analizar las relaciones posibles (particular de la pregunta 11)

Estos problemas requieren imaginar posibilidades virtuales en donde actúan las estructuras N sugeridas por Piaget (grupo INRC) lo que significa que la negación de la acción y/o su recíproca permiten mantener las condiciones de equilibrio, como en el caso de la prensa hidráulica en forma de U cuya dificultad consiste en comprender que el peso del líquido actúa en sentido contrario al del pistón.

Diferenciar variables

Este aspecto implica considerar y separar las variables intervinientes en el problema, así en la pregunta 9 (equilibrio estático) las variables son: peso y brazo de palanca, mientras que en la pregunta 10 las variables son igualmente peso y el movimiento de la cuerda a través de la polea. Las variables de la pregunta 11 son: peso (individual y/o combinado) y brazo de palanca.

En las tres preguntas, las respuestas posibles se clasificaron en “no diferencia”, es decir, cuando no considera para el análisis a las variables y su interacción y “si diferencia”, cuando en la solución del problema (implícita o explícitamente) las variables se identifican y actúan como un sistema.

Desarrollar estrategias de compensación

Este aspecto es una consecuencia del anterior y significa que una vez identificadas las variables intervinientes en el problema, se establezca una relación entre el incremento de la una y el decremento de la otra, manteniendo el equilibrio del sistema (estático o dinámico).

En las tres preguntas, las respuestas posibles fueron “no desarrolla estrategias”, es decir, cuando no considera los efectos compensatorios descritos, y “si desarrolla estrategias” cuando si lo hace.

Analizar las relaciones posibles

Este aspecto, particular de la pregunta 11, consistió en considerar y contabilizar cada combinación posible entre los elementos de un conjunto, descartando posibilidades redundantes, aplicando estrategias de compensación en condiciones de equilibrio estático.

Las respuestas posibles fueron “si analiza”, que significa realizar las combinaciones posibles señaladas y analizarlas para descartar posibilidades redundantes en función de la información que va obteniendo. La otra respuesta es “no analiza”, que significa lo opuesto a lo indicado.

Adicionalmente, existen respuestas calificadas como “extra lógicas”, que son aquellas que desbordan las consideraciones lógicas expresadas en el problema.

2.5.5 Razonamiento probabilístico.

Las preguntas relativas a este aspecto se caracterizaron mediante 2 problemas (preguntas 12 y 13) relativas a la probabilidad clásica y probabilidad clásica compuesta. En cada una de las preguntas se identificó la habilidad para analizar los casos posibles y correlacionar los casos posibles

Analizar casos posibles

Tanto en la pregunta 12 (ejercicio de probabilidad clásica en condiciones aleatorias) como en la 13 (ejercicio de probabilidad clásica compuesta), analizar los casos posibles significa identificar las combinaciones posibles aplicando las leyes de la matemática probabilística, o proponiendo algún método simbólico que lleve al mismo resultado.

Las respuestas posibles fueron “si analiza” cuando identifica la naturaleza del problema y aplica métodos válidos para determinar la solución. La otra respuesta es “no analiza” que significa lo opuesto a lo indicado.

Correlacionar casos posibles

En las dos preguntas, correlacionar los casos posibles significa que luego de identificadas y cuantificadas las combinaciones posibles y necesarias, se las compare, relacione y evalúe. Se destaca que la comparación puede hacerse a nivel de razones. Las respuestas posibles fueron “sí correlaciona” y “no correlaciona”.

2.5.6 Operaciones proposicionales.

Este aspecto se clasificó en un primer grupo con dos problemas (preguntas 5 y 14) correspondientes a: implicación y negación de cuantificadores y un segundo grupo con tres problemas (preguntas 15, 16 y 17) relativas a implicación. En estas preguntas se identificó la habilidad para: analizar casos posibles (pregunta 5) y analizar cuantificadores y nivel semántico (pregunta 14).

En el caso de las preguntas 15, 16 y 17 se debía determinar si son falsas o verdaderas una serie de afirmaciones que se hacen sobre una implicación que se asumen como verdaderas, sin embargo, algunos incisos no pueden clasificarse como verdadero o falso, bien sea porque se trata de una doble implicación, o porque es una implicación recíproca, y considerando que en el instrumento no se estableció esta opción de respuesta, dichas preguntas se descartaron para el análisis.

Analizar casos posibles

Esta característica de la pregunta 5 implica determinar el método para encontrar la conclusión de un silogismo, a partir de una premisa incompleta y hacer un juicio de verdad sobre dicha conclusión. Las respuestas posibles fueron: “no analiza”, cuando la respuesta no propone un método deductivo; “analiza parcialmente” cuando la respuesta a pesar de ser correcta carece de rigor en la explicación; “analiza completa y correctamente” cuando la respuesta a más de correcta está debidamente argumentada.

Analizar cuantificadores y nivel semántico

En esta característica de la pregunta 14, la habilidad está en analizar los 2 cuantificadores y realizar la negación lógica de cada uno. Se propusieron 3 variantes, en donde los cuantificadores intervinientes en la proposición inicial son:



universal-particular, universal-universal y particular-universal. Adicionalmente, es importante que la expresión resultante sea semánticamente correcta.

Las respuestas posibles fueron: “no analiza”, cuando en la respuesta no realiza la negación de los cuantificadores; “parcialmente” cuando la negación es sobre solo uno de los cuantificadores; “lógicamente correcto, pero no semánticamente” cuando en la respuesta se niegan los 2 cuantificadores, pero la redacción está semánticamente incorrecta; “completa y correctamente” cuando en la respuesta se niegan adecuadamente los 2 cuantificadores y existe una estructura lógica semántica.

Es importante considerar en todos los problemas del instrumento, el porcentaje de no respuestas (NC) es decir, aquellas que fueron dejadas en blanco, sin un intento de solución.

2.6 Análisis estadístico

En el presente estudio se utilizó el software estadístico SPSS V.20, a fin de determinar el valor estadístico de significancia asintótica bilateral (p) de la prueba “chi-cuadrado” de Pearson, se consideró una significancia del 5% (0.05). Para la comparación de porcentajes medios se utilizó el mismo criterio de p , pero con el estadístico de prueba de Kruskal- Wallis.

CAPITULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Resultados

En esta sección se detallan los resultados de la aplicación del instrumento en el que participaron 416 estudiantes de las áreas técnica, social y de la salud, con una edad promedio de 19.1 años ($DE = 5.774$), 231 (55.5%) hombres y 185 mujeres (44.5%). Respecto al tipo de colegio de bachillerato, 223 (53.6%) provenían de establecimientos públicos, 131 de privados (31.5%), 61 de fisco-misional (14.7%) y 1 no responde (0.2%). En cuanto al lugar de residencia, 317 (76.2%) habitan en la zona urbana, 95 (22.8%) en la zona rural y 4 no responden (1%).

En la primera parte de este capítulo, se revisa la muestra en general, destacando los aspectos relevantes de todos los indicadores asociados a los seis tipos de razonamiento investigados. En una segunda parte se resaltan los aspectos sobresalientes de cada tipo de razonamiento, particularizando a las áreas: técnica, social y de la salud.

3.1.1 Resultados generales

3.1.1.1 Razonamiento combinatorio.

Los resultados indicados en las tablas: 4, 5 y 6 resumen los datos obtenidos en las preguntas 1, 2 y 3 relativas al razonamiento combinatorio.

Pregunta 1

En una fábrica ensambladora las máquinas se operan por parejas de trabajadores. Había 12 trabajadores y se contratan 10 más.

- a. ¿Cuántas parejas distintas se pueden organizar?
- b. ¿y si se contrataran 15 trabajadores nuevos?

- c. Si los trabajadores nuevos (del inciso anterior) forman parejas entre ellos y los antiguos continúan trabajando con su misma pareja, ¿cuántas parejas se forman en total?

Pregunta 2

Una persona portadora del VIH contagia, en promedio, a tres personas en un mes. Si cada una de éstas, a su vez, contagia a otras tres personas durante el siguiente mes y el proceso se repite.

- a. ¿cuánta gente estará contagiada después de tres meses?
- b. ¿y en un semestre?
- c. ¿y en un año?

Pregunta 3

Aldo, Boris y Carl entran a un concurso en el que se están rifando entradas al cine. Se sabe que hay dos boletos para una película italiana y tres para una película francesa. A cada participante se le da un sobre cerrado con un boleto, el ganador será quien adivine qué boleto tiene antes de abrir el sobre. Aldo, fue el primero en contestar: él vio los boletos de Boris y Carl pero no el suyo propio, a pesar de ello, su respuesta fue "no sé". Boris, el segundo en contestar, vio el boleto que le dieron a Carl y escuchó la respuesta de Aldo, aun así, su respuesta fue "no sé". Finalmente Carl, que no pudo ver ninguno de los tres sobres (pero que escuchó las respuestas de sus compañeros) dice "sí sé" y se gana el premio. ¿Cómo supo Carl qué boleto tenía?

¿Qué película vio?

En estas preguntas se identificó la habilidad para:

- Visualizar los casos posibles
- Cuantificar los casos posibles
- Analizar las relaciones posibles (particular de la pregunta 3)

Las preguntas 1 y 2 incluyeron tres variantes (incisos a, b y c), la pregunta 3 abordó un solo problema. Los resultados que se muestran para las preguntas 1 y 2 son el promedio de dichos incisos.

En cuanto a la habilidad para *visualizar los casos posibles* (Ver Tabla 4), se observó un comportamiento diferente según el tipo de problema, así en las preguntas 1 y 3, el porcentaje que sí visualiza formas de solución: considera otros casos, no superó la mitad de la muestra, mientras en la pregunta 2 rebasó el 90%. Similar comportamiento se evidenció en la *no visualización* (análisis estático), con los siguientes resultados: 34.2%; 2.3% y 41.6% para las preguntas 1, 2 y 3 respectivamente. Las no respuestas van de un 5% a un 17.5%.

Tabla 4. Razonamiento combinatorio. Comportamiento promedio respecto a la visualización de los problemas.

	Indicadores	porcentaje medio (incisos: a,b,c)
P1 Producto cartesiano	Análisis estático	34.2
	Considera otros casos	48.2
	NC	17.5
P2 Diagrama de árbol	No visualiza	2.3
	Considera otros casos	92.7
	NC	5.0
P3* Análisis de posibilidades	No visualiza	41.6
	Considera otros casos	44.0
	NC	14.4

* El problema 3 no tiene incisos

Respecto a la habilidad para *cuantificar los casos posibles*, empleando razonamiento combinatorio (Ver Tabla 5), también hubo un comportamiento diferente según el tipo de problema. La mayor dificultad se presentó en los problemas 1 y 3, el porcentaje que no logra cuantificar es del 55.4% y 84.1% respectivamente. Otro aspecto a destacar de este indicador, son las formas de cuantificar; predominando el conteo lineal, que en el caso de la pregunta 2 representa más de la mitad de las respuestas, en contraste con las respuestas

correctas, es decir, aquellas que contemplaron aspectos multiplicativos o exponenciales, que apenas representaron el 12.8% en la pregunta 1 y, el 8.3% en la pregunta 2.

Tabla 5. Razonamiento combinatorio. Comportamiento promedio respecto a la cuantificación de los problemas.

	Indicadores	porcentaje medio (incisos: a,b,c)
P1 Producto Cartesiano	No cuantifica	55.4
	Conteo directo	2.2
	Conteo aditivo (lineal)	11.9
	Conteo multiplicativo	12.8
	NC	17.5
P2 Diagrama de árbol	No cuantifica	16.8
	Conteo directo	19.0
	Conteo sumativo lineal	50.9
	Conteo sumativo Exponencial	8.3
	NC	5.0
P3* Análisis de Posibilidades	No cuantifica	84.1
	Si cuantifica	1.4
	NC	14.4

* El problema 3 no tiene incisos

En cuanto al último indicador (análisis de relaciones), particular de la pregunta 3, los resultados de la Tabla 6 muestran un reducido porcentaje (7.9%) que si *analiza las relaciones posibles*, es decir, que desarrolla un método o procedimiento que lleva a la respuesta correcta, sin embargo, hay que destacar que adicional al análisis citado, se formuló una pregunta asociada que pedía únicamente *escribir la respuesta* (que debió ser el resultado del análisis de relaciones), encontrándose que el 42.5% escribió la respuesta correcta.

Finalmente, respecto al porcentaje de no respuestas (NC) se evidenció un comportamiento diferente en la pregunta 2, la que registró un valor de alrededor del 5% (Ver Tablas 4 y 5) en contraste con las otras preguntas, en las que se llega hasta el 32.9% como es el caso de la respuesta requerida en la pregunta 3.

Tabla 6. Razonamiento combinatorio. Comportamiento respecto al análisis de relaciones

		Indicadores	Porcentaje
Analiza relaciones	P3 Análisis de posibilidades	No analiza	77.6
		Si analiza	7.9
		NC	14.4
Respuesta	P3 Análisis de Posibilidades	Incorrecta	24.5
		Correcta	42.5
		NC	32.9

3.1.1.2 Razonamiento proporcional

Los resultados indicados en las tablas: 7, 8, 9 y 10 muestran los datos obtenidos en las preguntas 4 y 18 relativas al razonamiento proporcional.

Pregunta 4

Se tienen dos jarras del mismo tamaño, una con 1 litro (= 4 vasos) de agua y otra con 1 litro de jugo de naranja. De la jarra de jugo de naranja se toma un vaso, se vacía en la jarra de agua y se mezcla bien. De la naranjada que resulta se toma un vaso y se vacía en la primera jarra.

¿Qué hay más: agua en la jarra de jugo o jugo en la jarra de agua?

Pregunta 18

Un cuarto oscuro está iluminado por una vela. La sombra de un florero en la pared mide el doble del florero. Si el florero está situado a 50 cm de la vela.

¿A qué distancia está la vela de la pared?

En cada una de las preguntas se determinó la habilidad para:

- Identificar variables.
- Compensar cantidades
- Cuantificar las relaciones y
- Establecer una proporción directa entre ellas.

De la observación global a estos cuatro indicadores, se destacan dos hechos: el primero que hay un diferente comportamiento según el tipo de problema y segundo, que se observó un marcado decrecimiento en los aciertos según el indicador. Así, en lo referente a la habilidad para *identificar variables* (Ver Tabla 7) en la pregunta 4, el 86% SI lo hace mientras en la pregunta 18 dicho porcentaje se reduce al 39%.

Tabla 7: Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a la identificación de variables

	Indicadores	Porcentaje
P4 (mezclas continuas)	NO	12.0
	SI	86.1
	NC	1.9
P18 (situación estática)	NO	25.0
	SI	39.2
	NC	35.6

Luego, observando la habilidad para *compensar cantidades* (Ver Tabla 8), se evidenció que en ambas preguntas más de la mitad de la muestra no logra realizar la compensación requerida.

Tabla 8. Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a realizar compensación.

	Indicadores	Porcentaje
P4 (mezclas continuas)	NO	66.6
	SI	31.5
	NC	1.9
P18 (situación estática)	NO	52.6
	SI	11.8
	NC	35.6

El comportamiento decreciente anotado, se comprobó al momento de *cuantificar las relaciones* (Ver Tabla 9) ya que en las dos preguntas los porcentajes de acierto son mínimos: en la pregunta 4 si cuantifica el 4.1% y en la 18 lo hace el 2.9%.

Tabla 9. Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a la cuantificación.

	Indicadores	Porcentaje
P4 (mezclas continuas)	NO	94.0
	SI	4.1
	NC	1.9
P18 (situación estática)	NO	61.5
	SI	2.9
	NC	35.6

Este patrón decreciente también se observó en el último indicador que se muestra en la Tabla 10 (*establecer la proporción*) anotando que es una consecuencia directa de haber cuantificado las variables; en ambas preguntas los porcentajes de acierto son menores que en la cuantificación, así en la pregunta 4, el porcentaje que establece la proporción llega al 1% mientras en la 18 lo hace el 1.4%.

Tabla 10. Razonamiento proporcional. Comportamiento promedio respecto a establecer proporción.

	Indicadores	Porcentaje
P4 (mezclas continuas)	NO	97.1
	SI	1.0
	NC	1.9
P18 (situación estática)	NO	63.0
	SI	1.4
	NC	35.6

Finalmente, en relación al porcentaje de las no respuestas (NC), en los cuatro indicadores se resalta una marcada diferencia entre las dos preguntas; mientras en la pregunta 4 no respondió el 1.9%, es decir, el 97.1% si ensayó una propuesta para realizar la compensación (independiente de si lo hizo bien o no). En la pregunta 18, no respondió el 35.6%, es decir, más de la tercera parte de la muestra.

3.1.1.3 Coordinación de Sistemas de referencia (SR) y movimientos relativos.

Los resultados indicados en las tablas 11 y 12 muestran los datos que se desprenden de las preguntas 6, 7 y 8, relativas a coordinación de SR y movimientos relativos.

Pregunta 6

Una mosca vuela a una velocidad de 70 km/h dentro de un avión que viaja a 900 km/h. ¿Cuál es la velocidad de la mosca?

Pregunta 7

Un niño que viaja en un tren juega con su pelota lanzándola verticalmente hacia arriba

¿Caerá la pelota en sus manos?

¿Detrás de él?

¿Delante de él?

Pregunta 8

En una carrera ciclista, se fija un contador automático que cuenta los competidores por minuto que pasan por un punto determinado. Si un hombre se mueve en sentido contrario al de la carrera,

- ¿contará más, menos o igual número de ciclistas por minuto que el contador automático?
- ¿Y si el hombre se mueve en el mismo sentido de la carrera, contará más, menos o igual número de ciclistas por minuto que el contador automático?

En cada una de las preguntas se determinó la habilidad para:

- Considerar sistemas de referencia.
- Realizar composición de movimientos considerando distintos SR.

En este tipo de razonamiento, se evidenció una notable diferencia de comportamiento entre los dos indicadores. Mientras el porcentaje de la muestra que sí *considera SR* (Ver Tabla 11) supera las $\frac{3}{4}$ partes en las preguntas 6 y 7.

*Tabla 11: Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos.
Comportamiento respecto a considerar sistemas de referencia.*

	Indicadores	Porcentaje
P. 6 (movimiento relativo)	NO	14.2
	SI	77.9
	Respuesta "extra lógica"	0.7
	NC	7.2
P. 7 (movimiento en direcciones perpendiculares)	NO	19.2
	SI	78.4
	Respuesta "extra lógica"	0.2
	NC	2.2
P. 8 * (movimientos lineales desde diferentes SR)	NO	33.9
	SI	57.7
	Respuesta "extra lógica"	0.5
	NC	7.9

* el porcentaje de la pregunta 8, es el promedio de los incisos a y b

Al realizar la *composición de movimientos* (Ver Tabla 12) la dificultad se incrementa notablemente, pues alrededor del 80% de la muestra no realiza la composición y cuantificación de movimientos requerida. Se destaca las respuestas consideradas “extra lógicas” que representaron el 0.7% en la pregunta 6, el 0.2% en la 7 y el 0.5% en la 8.

*Tabla 12. Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos.
Comportamiento respecto a realizar composición de movimientos.*

	Indicadores	Porcentaje
P. 6 (movimiento relativo)	NO	79.3
	SI	12.5
	Respuesta "extra lógica"	1.0
	NC	7.2
P. 7 (movimiento en direcciones perpendiculares)	NO	77.6
	SI	20.0
	Respuesta "extra lógica"	0.2
	NC	2.2
P. 8 * (movimientos lineales desde diferentes SR)	NO	86.5
	SI	5.1
	Respuesta "extra lógica"	0.5
	NC	7.9

* el porcentaje de la pregunta 8, es el promedio de los incisos a y b

3.1.1.4 Equilibrio mecánico.

Los resultados indicados en las tablas 13, 14 y 15 muestran los datos obtenidos en las preguntas (9, 10 y 11) relativas al equilibrio mecánico, tanto en condiciones estáticas como dinámicas.

Pregunta 9

Una balanza como la de la figura está inicialmente en equilibrio.

Si el punto de apoyo se desliza hacia la derecha, dibuja como quedaría la balanza. Dibuja la respuesta



Pregunta 10

Un mono trepa por el extremo de una cuerda que pasa por una polea. En el otro extremo de la cuerda y a la misma altura del mono está fijo un espejo.

¿Puede el mono dejar de ver su imagen?

Pregunta 11

Se tienen 5 monedas de apariencia idéntica, pero se sabe que una de ellas es falsa (no se sabe si la falsa pesa más o menos que las auténticas)

¿Cuál es el número mínimo de pesadas (en una balanza de platillo como la del problema 9) para averiguar cuál es la moneda falsa y si pesa más o menos que las otras?

En cada una de las preguntas se identificó la habilidad para:

- Diferenciar variables
- Desarrollar estrategias de compensación
- Analizar las relaciones posibles (particular de la pregunta 11)

En lo referente a *diferenciar variables* (Ver Tabla 13) se destaca una importante diferencia entre la pregunta 9 y las preguntas 10 y 11. En la pregunta 9 relativa al equilibrio mecánico en condiciones estáticas el porcentaje que sí diferenció variables rebasa el 90%, pero cuando se cambia a condiciones dinámicas, el porcentaje se reduce a la mitad en la pregunta 10 y supera ligeramente el 50% en la pregunta 11.

Tabla 13. Equilibrio mecánico. Comportamiento respecto a diferenciar variables.

	Indicadores	Porcentaje
P. 9 (equilibrio mecánico en condiciones estáticas)	NO	6.0
	SI	91.3
	Respuesta "extra lógica"	1.7
	NC	1.0
P. 10 (equilibrio mecánico en condiciones dinámicas)	NO	41.1
	SI	45.7
	Respuesta "extra lógica"	2.2
	NC	11.1
P. 11 (análisis de posibilidades)	NO	26.4
	SI	52.2
	Respuesta "extra lógica"	0.0
	NC	21.4

La diferencia entre el tipo de preguntas, también se observa en la habilidad para desarrollar *estrategias de compensación* (Ver Tabla 14) por cuanto la pregunta 9 evidencia un porcentaje notablemente mayor de aciertos 86.5% en contraste con las preguntas 10 y 11 que no superan el 20%.

Tabla 14. Equilibrio mecánico. Comportamiento respecto a desarrollar estrategias de compensación.

	Indicadores	Porcentaje
P. 9 (equilibrio mecánico en condiciones estáticas)	NO	10.8
	SI	86.5
	Respuesta "extra lógica"	1.7
	NC	1.0
P. 10 (equilibrio mecánico en condiciones dinámicas)	NO	67.1
	SI	19.7
	Respuesta "extra lógica"	2.2
	NC	11.1
P. 11 (análisis de posibilidades)	NO	65.4
	SI	13.2
	Respuesta "extra lógica"	0.0
	NC	21.4

Respecto al *análisis de las relaciones posibles* (Ver Tabla 15) particular de la pregunta 11, se evidencia que es la que mayor dificultad presentó, puesto que, apenas el 2.6% sí analiza las relaciones posibles, en contraste con el 76% que lo hace de manera equivocada y el 21.4% de no respuestas (NC). Respecto a las respuestas consideradas “extra lógicas”, solo se presentan en las preguntas 9 y 10.

Tabla 15: Equilibrio mecánico. Comportamiento respecto a analizar relaciones

	Indicadores	Porcentaje
P. 11 (análisis de posibilidades)	NO	76.0
	SI	2.6
	Respuesta "extra lógica"	0.0
	NC	21.4

3.1.1.5 Razonamiento probabilístico

Los resultados indicados en las tablas 16 y 17 resumen los datos obtenidos en las preguntas 12 y 13 relativas probabilidad clásica y probabilidad clásica compuesta.

Pregunta 12

¿Qué es más probable?:

Sacar una bola negra de una urna de 7 bolas, 5 de las cuales son negras.

Sacar una bola negra de una urna en donde hay 11 bolas, 8 de las cuales son negras

Pregunta 13

En una serie de cinco lanzamientos de una moneda de un dólar.

¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras y 2 águilas (en ese orden)?

En cada una de las preguntas se identificó la habilidad para:

- Analizar los casos posibles
- Correlacionar los casos posibles

En este tipo de razonamiento, se evidencia una diferencia de comportamiento tanto entre los dos indicadores como en el tipo de problema. Respecto al porcentaje de la muestra que *SI analiza los casos posibles* (Ver Tabla 16), este superó las $\frac{3}{4}$ partes (77.4%) en el problema de probabilidad clásica, mientras que en la pregunta de probabilidad compuesta no llegó al 50%. Este indicador presentó mayor dificultad en la pregunta 13, puesto que la cuarta parte de la muestra (25.0%) no logró realizar el análisis de casos posibles.

Tabla 16. Razonamiento probabilístico. Analiza casos posibles

Indicadores		Porcentaje
P. 12 (probabilidad clásica)	NO	15.9
	SI	77.4
	Respuesta "extra lógica"	0.2
	NC	6.5
P. 13 (probabilidad clásica compuesta)	NO	25.0
	SI	47.8
	Respuesta "extra lógica"	0.0
	NC	27.2

La dificultad de la pregunta 13 se confirma al revisar la habilidad para *correlacionar los casos posibles* (Ver Tabla 17) puesto que apenas el 2.9% si logró correlacionar, mientras en la pregunta 12 lo hizo el 22.6%.

Respecto a las respuestas consideradas “extra lógicas”, solo se dan en la pregunta 12 y representan el 0.2%.

Tabla 17. Razonamiento probabilístico. Comportamiento respecto a correlacionar casos posibles.

	Indicadores	Porcentaje
P. 12 (probabilidad clásica)	NO	70.7
	SI	22.6
	Respuesta "extra lógica"	0.2
	NC	6.5
P. 13 (probabilidad clásica compuesta)	NO	70.0
	SI	2.9
	Respuesta "extra lógica"	0.0
	NC	27.2

3.1.1.6 Operaciones proposicionales.

Los resultados indicados en las tablas 18 y 19 resume los datos obtenidos en las preguntas 5 y 14 relativas a: implicación y negación de cuantificadores respectivamente.

Pregunta 5

Hay dos familias: los Martínez y los Fernández. Cada familia tiene cuatro miembros: el padre, la madre, una hija y un hijo. El Sr. Martínez no conoce al Sr. Fernández. La Sra. Martínez no conoce a la Sra. Fernández. La hija de los Martínez no conoce a la hija de los Fernández. El hijo de los Martínez no conoce al hijo de los Fernández.

Conclusión: Ningún miembro de la familia Martínez conoce a ningún miembro de la familia Fernández.

¿Es correcta esta conclusión?

Pregunta 14

Escribe la negación de las siguientes afirmaciones:

- Todos los días están prestados algunos libros de la biblioteca.
- Ninguno de los compañeros de Mario usa lentes todo el tiempo.
- Algunas veces está abierta la puerta norte de la universidad durante todo el día

En estas preguntas se identificó la habilidad para:

- Analizar casos posibles (pregunta 5)
- Analizar cuantificadores y nivel semántico (pregunta 14)

En cuanto al *análisis de casos posibles* (Ver Tabla 18), particular de la pregunta 5, se evidencia que cerca del 60% de la muestra analiza completa y correctamente el problema planteado, en contraste con el 30.5% que no lo hace y el 9.9% que lo hace parcialmente. Se destaca el bajo porcentaje de no respuestas (NC) que apenas es del 0.7%.

Tabla 18. Operaciones proposicionales. Comportamiento respecto al análisis de casos posibles (Pregunta 5).

Indicadores	Porcentaje
NO	30.5
Parcialmente	9.9
Completa y correctamente	58.7
Respuesta "extra lógica"	0.2
NC	0.7

Respecto al análisis de *cuantificadores y nivel semántico* (Ver Tabla 19), particular de la pregunta 14, el 57.2% lo hizo parcialmente, es decir, realizó la negación de solo uno de los cuantificadores (habitualmente el primero). Por otro lado, el 16.8% niega los 2 cuantificadores, pero lo hizo esquemáticamente, sin considerar la estructura semántica de la proposición resultante, mientras los que hacen correcta tanto lógica como semánticamente apenas representaron el 1.7%. Finalmente, casi la tercera parte no analiza correctamente, a lo que se agrega un 0.2% de respuestas "extra lógicas" y un 14.9% de no respuestas (NC).

Tabla 19. Operaciones proposicionales. Comportamiento medio respecto al análisis de casos posibles (Pregunta 14).

	Indicadores	porcentaje medio (incisos: a, b, c) *
	NO	9.1
Cuantificadores:	Parcialmente	57.2
a. universal-particular	Lógicamente correcto, pero no semánticamente	16.8
b. universal- universal	Correcto (lógica y semánticamente)	1.7
c. particular- universal	Respuesta "extra lógica"	0.2
	NC	14.9

* el porcentaje es el promedio de los incisos a, b y c

3.1.2 Resultados por área

En esta sección se resaltan los aspectos relevantes de los seis tipos de razonamiento investigados, para cada una de las áreas: técnica, social y de la salud. Las Tablas correspondientes, a diferencia de lo mostrado en los resultados generales, contienen la información de todos los indicadores por cada tipo de razonamiento. La última columna de la mayoría de tablas contiene el valor estadístico de significancia asintótica bilateral (p) de la prueba "chi-cuadrado" de Pearson, y, en el caso de porcentajes medios como es el caso de las Tablas 20 y 22 se utilizó el mismo criterio de p , pero con el estadístico de prueba de Kruskal-Wallis.

3.1.2.1 Razonamiento combinatorio.

Las preguntas 1 y 2 incluyeron tres variantes (incisos a, b y c), la pregunta 3 abordó un solo problema. Los resultados que se muestran para las preguntas 1 y 2 son el promedio de dichos incisos.

En cuanto a la habilidad para *visualizar los casos posibles* (Ver Tabla 20), se destaca la pregunta (P1) la cual muestra que en el área técnica el porcentaje que SI consideró otros casos supera el 64%, valor que contrasta con el 33.6% y 43.3%

de las áreas social y de la salud respectivamente. Sin embargo, revisando este mismo indicador en la pregunta 2, se observa que en todas las áreas el porcentaje que SI visualiza supera el 90%.

En lo referente a la *cuantificación* (Ver Tabla 21), la pregunta 1 muestra un contraste entre áreas en cuanto al conteo multiplicativo (respuestas correctas), con los siguientes resultados: 27.6%; 2.6% y 5.2% para las áreas técnica, social y de la salud respectivamente. En este mismo indicador, en la pregunta 3 se evidencia que, en el área técnica, el 3.8% SI realiza la cuantificación, mientras que en las otras áreas (social y de la salud) NO lo hace nadie.

En el último indicador que consistió en *analizar relaciones* (Ver Tabla 21) y que era particular de la pregunta 3, se evidenció que mientras en el área técnica, el porcentaje que SI analiza es del 14.1%, en el área social el porcentaje no supera el 2% y, en el área de la salud llega al 6.7%

Tabla 20. Razonamiento combinatorio. Resultados por área (I).

		Indicador	Área porcentaje medio (incisos: a,b,c)			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
			Técnica	Social	Salud	
			(n=156)	(n=126)	(n=134)	
Visualiza la solución	P1 Producto cartesiano	Análisis estático	18.6	48.4	39.1	p = 0.001 x² = 15.112
		Considera otros casos	64.3	33.6	43.3	gl = 2
		NC	17.1	18.0	17.7	**
	P2 Diagrama de árbol	No visualiza	3.2	3.2	0.0	p = 0.088
		Considera otros casos	92.5	94.2	93.8	x² = 4.862 gl = 2
		NC	4.3	2.6	6.2	**
	P3 * Análisis de posibilidades	No visualiza	35.9	46.8	43.3	p = 0.423
		Considera otros casos	48.1	38.9	44.0	x² = 6.000
		NC	16.0	14.3	12.7	gl = 6

* El problema 3 no tiene incisos

** Estadístico de prueba de Kruskal-Wallis

Tabla 21. Razonamiento combinatorio. Resultados por área (II)

			Área porcentaje medio (incisos: a,b,c)			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
		Indicador	Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
Cuantifica	P1 Producto cartesiano	No cuantifica	36.8	72.0	61.7	$p < 0.001$ $\chi^2 = 25.838$ gl = 2 **
		Conteo directo	4.5	0.5	1.2	
		Conteo aditivo	14.1	6.9	14.2	
		Conteo multiplicativo	27.6	2.6	5.2	
		NC	17.1	18.0	17.7	
	P2 Diagrama de árbol	No cuantifica	16.0	27.8	7.5	$p < 0.001$ $\chi^2 = 21.210$ gl = 2 **
		Conteo directo (icónico)	26.7	12.2	16.4	
		Conteo sumativo lineal	44.7	55.0	54.2	
		Conteo sumativo exponencial	6.6	2.4	15.7	
		NC	6.0	2.6	6.2	
	P3 *	No cuantifica	80.1	85.7	87.3	$p = 0.026$
		Si cuantifica	3.8	0.0	0.0	$\chi^2 = 11.056$
		NC	16.0	14.3	12.7	gl = 4
Analiza Relaciones	P3 * Análisis de posibilidades	No analiza	69.9	84.1	80.6	$p = 0.002$
		Si analiza	14.1	1.6	6.7	$\chi^2 = 16.737$
		NC	16.0	14.3	12.7	gl = 4
Respuesta	P3 * Análisis de posibilidades	Incorrecta	39.7	18.3	12.7	$p < 0.001$
		Correcta	41.7	45.2	41.0	$\chi^2 = 42.200$
			18.6	36.5	46.3	gl = 4
		NC				

* El problema 3 no tiene incisos

** Estadístico de prueba de Kruskal-Wallis

3.1.2.2 Razonamiento proporcional.

El primer indicador de este tipo de razonamiento es la habilidad para *identificar variables* (Ver Tabla 22). En la pregunta 4 se evidenció un comportamiento aproximadamente similar en las tres áreas, mientras que en la pregunta 18 el porcentaje que *no identificó variables* estuvo alrededor del 10% en el área técnica, y en las áreas: social y de la salud dicho porcentaje superó el 30%.

En lo referente a *realizar la compensación de cantidades* (Ver Tabla 22), se evidenció un contraste entre el área técnica y las otras áreas, así, mientras en la pregunta 4 el porcentaje que si realizó la compensación bordea el 50% en el área técnica, en el área social alcanzó al 5.6% y en el área de la salud estuvo en el orden del 35%. Este contraste también se evidencia en la pregunta 18, que muestra que en el área técnica el 22.4% si realizó la compensación requerida, mientras en el área social lo hizo el 2.4% y en el área de la salud el 8.2%.

Revisando el tercer indicador, esto es la *cuantificación* (Ver Tabla 23), se muestra que este indicador tuvo una alta dificultad en las dos preguntas y en las tres áreas. Así en la pregunta 4 el porcentaje que no cuantificó prácticamente supera el 90% en las tres áreas. De forma inversa, en la pregunta 18 el porcentaje que sí logró cuantificar apenas representa el 7.1% en el área técnica, 0.8% en el área social y 0% en el área de la salud.

El último indicador que se muestra en la Tabla 23 (*establecer la proporción*) al ser una consecuencia directa de haber cuantificado las variables; se observa el mismo nivel de dificultad, con menores porcentajes de acierto que en el indicador de cuantificación.

Tabla 22. Razonamiento proporcional. Porcentaje por área (I).

			Indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
				Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
Identifica variables	P4 mezclas continuas	NO		10.9	16.7	9.0	p = 0.043
		SI		87.2	79.4	91.0	x ² = 9.858
		NC		1.9	4.0	0.0	(gl = 4)
	P18 situación estática	NO		10.3	36.5	31.3	p < 0.001
		SI		46.8	34.9	34.3	x ² = 31.542 (gl = 6)
		Extra Lógica		0.6	0.0	0.0	
		NC		42.3	28.6	34.3	
Realiza compensación	P4 mezclas continuas	NO		48.7	90.5	64.9	p < 0.001
		SI		49.4	5.6	35.1	x ² = 66.929
		NC		1.9	4.0	0.0	(gl = 4)
	P18 situación estática	NO		35.3	69.0	57.5	p < 0.001
		SI		22.4	2.4	8.2	x ² = 45.713
		NC		42.3	28.6	34.3	(gl = 4)

Tabla 23. Razonamiento proporcional. Porcentaje por área (II).

		Indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
			Técnica	Social	Salud	
			(n=156)	(n=126)	(n=134)	
Cuantifica	P4 mezclas continuas	NO	89.1	96.0	97.8	$p < 0.001$
		SI	9.0	0.0	2.2	$\chi^2 = 21.361$
		NC	1.9	4.0	0.0	(gl = 4)
	P18 situación estática	NO	50.6	70.6	65.7	$p < 0.001$
		SI	7.1	0.8	0.0	$\chi^2 = 24.024$
		NC	42.3	28.6	34.3	(gl = 4)
Establece proporción	P4 mezclas continuas	NO	95.5	96.0	100.0	$p = 0.016$
		SI	2.6	0.0	0.0	$\chi^2 = 12.155$
		NC	1.9	4.0	0.0	(gl = 4)
	P18 situación estática	NO	53.8	71.4	65.7	$p = 0.002$
		SI	3.8	0.0	0.0	$\chi^2 = 17.432$
		NC	42.3	28.6	34.3	(gl = 4)

3.1.2.3 Coordinación de S. R. y movimientos relativos.

En este tipo de razonamiento se evidenció una diferencia de comportamiento entre los dos indicadores. Mientras el porcentaje de quienes sí *consideran sistemas de referencia* (Ver Tabla 24) fue similar por área y por pregunta; al analizar la *composición de movimientos* se observó resultados que contrastan según el área de estudio, así en la pregunta 6 el 17.3% del área técnica y el 14.9% del área de la salud SI realizaron la composición de movimientos, mientras en el área social lo hace el 4%. Un comportamiento similar se observó en la pregunta 7.

Tabla 24. Coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos por área.

		Indicador	Área (porcentaje)			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
			Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
Considera Sistemas de Referencia	P. 6 movimiento relativo	NO	16.7	17.5	8.2	$p = 0.204$
		SI	76.3	73.8	83.6	$\chi^2 = 8.499$
		Extra lógica	0.6	1.6	0.0	(gl = 6)
		NC	6.4	7.1	8.2	
	P. 7 movimiento en direcciones perpendicular es	NO	18.6	30.2	9.7	$p = 0.003$
		SI	79.5	67.5	87.3	$\chi^2 = 20.164$
		extra lógica	0.6	0.0	0.0	(gl = 6)
		NC	1.3	2.4	3.0	
	P. 8 * movimientos lineales desde diferentes SR	NO	30.1	46.0	26.9	$p = 0.010$
		SI	58.3	46.0	67.9	$\chi^2 = 9.171$
		"extra lógica"	1.3	0.0	0.0	(gl = 2)
		NC	10.3	7.9	5.2	**
Realiza composición de movimientos	P. 6 movimiento relativo	NO	75.0	87.3	76.9	$p = 0.023$
		SI	17.3	4.0	14.9	$\chi^2 = 14.626$
		"extra lógica"	1.3	1.6	0.0	(gl = 6)
		NC	6.4	7.1	8.2	
	P. 7 movimiento en direcciones perpendicular es	NO	72.4	88.9	73.1	$p = 0.009$
		SI	25.6	8.7	23.9	$\chi^2 = 17.140$
		"extra lógica"	0.6	0.0	0.0	(gl = 6)
		NC	1.3	2.4	3.0	
	P. 8 * movimientos lineales desde diferentes SR	NO	80.1	90.5	90.3	$p = 0.016$
		SI	8.3	1.6	4.5	$\chi^2 = 8.280$
		"extra lógica"	1.3	0.0	0.0	(gl = 2)
		NC	10.3	7.9	5.2	**

* El porcentaje de la pregunta 8, es el promedio de los incisos a y b

** Estadístico de prueba de Kruskal-Wallis

3.1.2.4 Equilibrio mecánico.

En este tipo de razonamiento se evidenció un comportamiento diferente entre la pregunta 9 y las preguntas 10 y 11. En la pregunta 9 relativa al equilibrio mecánico en condiciones estáticas (ver Tabla 25), el porcentaje que *diferencia variables y desarrolla estrategias de compensación* en general supera el 80% en cada área. Cuando se cambia a condiciones dinámicas (pregunta 10), el porcentaje que *diferencia variables* superó ligeramente el 50% en el área técnica, mientras en el área de la salud lo hizo el 46.3% y en el área social el 37.3%.

Tabla 25. Equilibrio mecánico. Porcentaje por área (I).

		indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
			Técnica	Social	Salud	
			(n=156)	(n=126)	(n=134)	
Diferencia variables	P. 9 equilibrio mecánico en condiciones estáticas	NO	2.6	9.5	6.7	$p = 0.056$ $\chi^2 = 12.272$ (gl = 6)
		SI	92.9	87.3	93.3	
		extra lógica	2.6	2.4	0.0	
		NC	1.9	0.8	0.0	
	P. 10 equilibrio mecánico en condiciones dinámicas	NO	32.1	52.4	41.0	$p = 0.042$ $\chi^2 = 13.088$ (gl = 6)
		SI	51.9	37.3	46.3	
		"extra lógica"	1.9	1.6	3.0	
		NC	14.1	8.7	9.7	
	P. 11 análisis de posibilidades	NO	16.7	41.3	23.9	$p < 0.001$ $\chi^2 = 27.803$ (gl = 4)
		SI	61.5	34.9	57.5	
		"extra lógica"	0.0	0.0	0.0	
		NC	21.8	23.8	18.7	

También en la pregunta 10, revisando el comportamiento relativo a *desarrollar estrategias de compensación* (Ver Tabla 26) solo lo hizo la cuarta parte del área técnica, el 12.7% del área social y el 18.7% del área de la salud.

Respecto al *análisis de las relaciones posibles* (Ver Tabla 26) particular de la pregunta 11, se evidencia que esta pregunta es la que mayor dificultad presentó, puesto que, apenas el 5.1% del área técnica logró analizar las relaciones posibles, mientras en el área social no se llegó al 1% y, en el área de salud apenas lo hizo el 1.5%

Tabla 26: Equilibrio mecánico. Porcentaje por área (II).

		indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
			Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
Desarrolla estrategias de compensación	P. 9 equilibrio mecánico en condiciones estáticas	NO	5.8	15.9	11.9	$p = 0.034$ $\chi^2 = 13.649$ (gl = 6)
		SI	89.7	81.0	88.1	
		"extra lógica"	2.6	2.4	0.0	
		NC	1.9	0.8	0.0	
	P. 10 equilibrio mecánico en condiciones dinámicas	NO	57.7	77.0	68.7	$p = 0.037$ $\chi^2 = 13.380$ (gl = 6)
		SI	26.3	12.7	18.7	
		"extra lógica"	1.9	1.6	3.0	
		NC	14.1	8.7	9.7	
	P. 11 análisis de posibilidades	NO	60.3	72.2	64.9	$p = 0.007$ $\chi^2 = 14.190$ (gl = 4)
		SI	17.9	4.0	16.4	
		"extra lógica"	0.0	0.0	0.0	
		NC	21.8	23.8	18.7	
Analiza relaciones	P. 11 análisis de posibilidades	NO	73.1	75.4	79.9	$p = 0.121$ $\chi^2 = 7.298$ (gl = 4)
		SI	5.1	0.8	1.5	
		"extra lógica"	0.0	0.0	0.0	
		NC	21.8	23.8	18.7	

3.1.2.5 Razonamiento probabilístico

En este tipo de razonamiento se evidenció un comportamiento diferente tanto entre los dos indicadores como en el tipo de problema. Revisando el primer indicador que es la habilidad para *analizar los casos posibles* (Ver Tabla 27), se observó que en la pregunta de probabilidad clásica el porcentaje de la muestra que SI realizó este análisis superó el 66% en todas las áreas, destacando que en el área de salud rebasó el 90%. En la pregunta de probabilidad compuesta, el porcentaje que SI analizó fue del 41% en el área técnica, 45.2% en el área social y 58.2% en el área de la salud.

Sin embargo, revisando el segundo indicador: *correlación de casos posibles*, se observa que el porcentaje que SI realizó este análisis, comparativamente con el primer indicador se reduce a menos de la mitad, así en la pregunta de probabilidad

clásica el porcentaje del área técnica que SI correlaciona es del 35.3%, el 7.9% en el área social y 21.6% en el área de la salud.

En cuanto a la pregunta de probabilidad compuesta por su parte, el porcentaje que SI correlacionó fue del 4.5% en el área técnica, 0% en el área social y 3.7% en el área de la salud.

Tabla 27. Razonamiento probabilístico. Porcentaje por área.

			Indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
				Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
Analiza casos posibles	P. 12 probabilidad clásica	Respuesta "extra lógica"	NO	20.5	23.8	3.0	$p < 0.001$ $\chi^2 = 32.914$ (gl = 6)
			SI	72.4	66.7	93.3	
			0.6	0.0	0.0		
			NC	6.4	9.5	3.7	
	P. 13 probabilidad clásica compuesta	Respuesta "extra lógica"	NO	32.7	27.8	13.4	$p = 0.003$ $\chi^2 = 16.074$ (gl = 4)
			SI	41.0	45.2	58.2	
			0.0	0.0	0.0		
			NC	26.3	27.0	28.4	
Correlaciona casos posibles	P. 12 probabilidad clásica	Respuesta "extra lógica"	NO	57.7	82.5	74.6	$p < 0.001$ $\chi^2 = 34.656$ (gl = 6)
			SI	35.3	7.9	21.6	
			0.6	0.0	0.0		
			NC	6.4	9.5	3.7	
	P. 13 probabilidad clásica compuesta	Respuesta "extra lógica"	NO	69.2	73.0	67.9	$p = 0.220$ $\chi^2 = 4.734$ (gl = 4)
			SI	4.5	0.0	3.7	
			0.0	0.0	0.0		
			NC	26.3	27.0	28.4	

3.1.2.6 Operaciones proposicionales

Revisando este aspecto, se evidenció un comportamiento diferente según el tipo de problema. En cuanto al *análisis de casos posibles* (Ver Tabla 28), particular de

la pregunta 5, se observó que en las áreas: técnica y de la salud el porcentaje de la muestra que SI analizó completa y correctamente supera el 64%, en el área social se aproxima al 40%. Estos valores guardan relación con el porcentaje que no analizó los casos posibles, que en el área social representó el 50%; el 18.6% en el área técnica y 26.1% en el área de la salud.

Otros aspectos a destacar de este indicador son: el porcentaje que analizó parcialmente el mismo que representa aproximadamente el 10% en cada área y, el bajo porcentaje de no respuestas (NC) igualmente en las tres áreas.

Tabla 28: Operaciones proposicionales. Análisis de casos posibles. Porcentaje por área

Indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
	Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
P. 5				
NO	18.6	50.0	26.1	
Parcialmente	10.3	10.3	9.0	$p < 0.001$
Completa y correctamente	69.2	39.7	64.2	$\chi^2 = 36.609$
Respuesta "extra lógica"	0.6	0.0	0.0	(gl = 8)
NC	1.3	0.0	0.7	

En cuanto al *análisis de cuantificadores y nivel semántico* (Ver Tabla 29), particular de la pregunta 14, se observó que en las tres áreas predomina el análisis parcial en las tres variantes del problema.

Un hecho destacado se presentó en las respuestas que son lógicamente correctas, pero no semánticamente correctas, así en la variante que tiene el cuantificador universal-particular, dicho indicador representó el 44.4% en el área social, mientras que en el área técnica fue del 27.6% y en el área de la salud del 35.1%; por otro lado, en la variante que tiene el cuantificador universal-universal, el porcentaje del área técnica fue del 17.9%, mientras que en el área social representó 7.9% y en el área de la salud el 6%.

Otro aspecto a destacar es el bajo porcentaje de respuestas correctas (lógica y semánticamente) en las tres variantes del problema y en las tres áreas, especialmente en las variantes que tienen los cuantificadores universal-universal y particular-universal, que en las áreas social y de la salud representó el 0% de aciertos.

Finalmente, las no respuestas (NC) representaron en promedio el 17% en el área técnica, el 12% en el área social y el 15% en el área de la salud.

Tabla 29: Operaciones proposicionales. Análisis de cuantificadores y nivel semántico. Porcentaje por área

	Indicador	Área			Prueba de chi-cuadrado de Pearson
		Técnica (n=156)	Social (n=126)	Salud (n=134)	
P. 14 Cuantificador universal-particular	NO	5.1	7.1	11.9	$p = 0.043$ $\chi^2 = 21.560$ (gl = 12)
	Parcialmente	44.9	34.1	40.3	
	Lógicamente correcto, pero no semánticamente	27.6	44.4	35.1	
	Correcto lógica y semánticamente	5.8	1.6	1.5	
	"extra lógica"	0.6	0.0	0.0	
	NC	16.0	12.7	11.2	
P. 14 Cuantificador universal-universal	NO	7.7	9.5	13.4	$p = 0.013$ $\chi^2 = 22.505$ (gl = 10)
	Parcialmente	55.1	69.8	61.2	
	Lógicamente correcto, pero no semánticamente	17.9	7.9	6.0	
	Correcto lógica y semánticamente	1.3	0.0	0.0	
	"extra lógica"	0.6	0.8	0.0	
	NC	17.3	11.9	19.4	
P. 14 Cuantificador particular-universal	NO	7.7	9.5	11.2	$p = 0.136$ $\chi^2 = 14.886$ (gl = 10)
	Parcialmente	64.7	74.6	70.9	
	Lógicamente correcto, pero no semánticamente	5.1	4.8	4.5	
	Correcto lógica y semánticamente	3.2	0.0	0.0	
	"extra lógica"	0.6	0.0	0.0	
	NC	18.6	11.1	13.4	

3.2 Discusión

Los resultados encontrados y que se discuten en esta sección, se compararon y contrastaron con los obtenidos en el estudio de Waldegg & de Agüero (1999), quienes aplicaron el instrumento utilizado en la presente investigación a una muestra de 55 estudiantes de la Universidad Iberoamericana de México en el año 1996, grupo integrado por estudiantes de primer ingreso como por recién egresados.

3.2.1 Razonamiento combinatorio

El razonamiento combinatorio se investigó con tres problemas relativos a: producto cartesiano, diagrama de árbol y análisis de posibilidades. La mayor dificultad se evidenció en la pregunta de producto cartesiano que implicó combinaciones de N elementos tomados de 2 en 2 y en la pregunta de análisis de posibilidades.

Analizando el comportamiento de la muestra en estas dos preguntas, se determinó que en el componente *visualizar la solución*, el porcentaje que no visualizó, superó el 50%. En la pregunta de producto cartesiano, el 51% no logró visualizar, porcentaje que corresponde a 34% de análisis estático, y a 17% de no respuestas. Por su parte, en la pregunta de análisis de posibilidades el porcentaje que no visualizó alcanzó al 56%. Comparativamente estos resultados se aproximan al mostrado por los estudiantes de primer ingreso, referidos en el estudio de Waldegg & de Agüero, y significaría ausencia de la operación de combinación, que es la primera de las características del período de las operaciones formales, lo que se expresa, por ejemplo, en la forma estática de analizar el problema de producto cartesiano cuando en las respuestas se limitan a dividir entre 2 el número de personas para encontrar el número de parejas. En la pregunta de análisis de posibilidades por su parte, la dificultad estaría en la habilidad de aislar factores, imaginar y clasificar situaciones virtuales (posibles e imposibles).

En términos particulares, este indicador, en la pregunta de producto cartesiano evidenció diferencia con significancia estadística, según el área de estudio ($p < 0.05$); así, en el área técnica el porcentaje que sí consideró otros casos superó

el 64%, vs. el 33.6% y 43.3% de las áreas social y de la salud respectivamente. En cuanto a la pregunta de análisis de posibilidades se verificó un comportamiento similar en las tres áreas ($p>0.05$).

La dificultad de estas dos preguntas se expresó también al *cuantificar los casos posibles*, indicador que es una consecuencia del anterior, y que en la muestra total evidenció que el 50% no logró hacerlo, especialmente en la pregunta de análisis de posibilidades (el 84.1% no cuantificó). Sin embargo, por áreas, la pregunta de producto cartesiano evidenció diferencia significativa según el área de estudio ($p<0.05$); en el área técnica el porcentaje que sí cuantificó (independiente de la forma) superó el 46%, vs. el 10% y 20% de las áreas social y de la salud respectivamente, lo que se ratifica en el porcentaje de respuestas correctas (conteo multiplicativo) que en el área técnica fue del 27.6% vs. el 2.6% y 5.2% de las áreas social y de la salud respectivamente. En el caso de la pregunta de análisis de posibilidades, se evidenció que la dificultad para cuantificar tuvo un comportamiento similar en las tres áreas ($p>0.05$). Como detalle, esta pregunta, independiente del análisis requerido, solicitaba una respuesta llana a la pregunta ¿qué película vió?, evidenciándose que en general el porcentaje que escribió la respuesta correcta fue del 42.5%, mientras que el porcentaje que no realizó ningún tipo de análisis fue del 77.6%. Esta contradicción podría suponer un cierto nivel de azar, así como dificultad a la hora de expresar simbólicamente el razonamiento.

Se destaca que, en estas preguntas, especialmente en el problema de producto cartesiano, la dificultad estuvo en el proceso de cuantificar, aspecto que significaría ausencia de conocimiento matemático previo, por cuanto se podía resolver con matemática combinatoria formal.

Otro aspecto destacable al investigar este razonamiento fue la pregunta 2 (diagrama de árbol), cuyo porcentaje que sí visualizó formas de solución superó en términos generales el 90%, teniendo un comportamiento similar en las tres áreas ($p>0.05$). Esta pregunta a diferencia de las otras permitía construir una realidad virtual más sencilla, quizá por las condiciones de los estudiantes y su entorno. Estos resultados, comparativamente también son similares a los presentados en el

estudio Waldegg & de Agüero, ya que la casi la totalidad de esa muestra estudiada “plantea de entrada el análisis de los casos posibles”.

Respecto a la cuantificación (para los que sí visualizaron), predominó el conteo sumativo lineal, que significa establecer un patrón de sucesión lineal (lo correcto es exponencial) luego de determinar los primeros períodos de la serie, lo que representó más de la mitad de las respuestas, cantidad similar al comportamiento de los estudiantes de primer ingreso en el estudio de Waldegg & de Agüero. Otro aspecto destacable de este indicador fue el considerable porcentaje de respuestas con conteo directo, es decir, respuestas que se apoyaron en íconos o esquemas gráficos, lo que evidenciaría dificultad en el proceso de cuantificar, lo que a su vez significaría ausencia de conocimiento previo (álgebra de sucesiones).

En términos particulares, se evidenció diferencia según el área de estudio ($p < 0.05$), por ejemplo, no cuantifica el 27.8% del área social, vs. el 16% y 7.5% de las áreas técnica y de la salud respectivamente. Igualmente, la respuesta correcta (conteo sumativo exponencial) evidenció los siguientes resultados: 6.6%; 2.4% y 15.7% para las áreas técnica, social y de la salud respectivamente.

3.2.2 Razonamiento proporcional

El razonamiento proporcional, se investigó con dos problemas que proponían una situación estática y una con mezcla continua, se encontró que el primero de estos casos es el que presentó mayor dificultad. Cabe destacar que la pregunta de situación estática suponía menos dificultad, justamente por sus características fijas, frente a las condiciones cambiantes que implica la mezcla de líquidos. Quizá el hecho de que la pregunta de situación estática estuvo al final de la batería pudo influir en los resultados. La solución de estos problemas requería que luego de aislar e identificar las variables intervinientes, se establezca una relación entre éstas y se reconozca una relación de compensación, para luego con una expresión matemática se cuantifique y establezca la proporción requerida.



Los resultados muestran de manera general un marcado decrecimiento en los aciertos según el indicador, siendo las habilidades para *identificar variables*, y *realizar compensación* las que relativamente presentaron menor dificultad.

En lo referente a la habilidad para *identificar variables* en la pregunta de mezclas continuas el 86% sí lo hace, en la pregunta de situación estática dicho porcentaje se reduce al 39%, mientras que, revisando la habilidad para *compensar cantidades*, se evidenció que en ambas preguntas más de la mitad de la muestra no logró realizar la compensación requerida, estos valores son inferiores a los presentados en el estudio de Waldegg que señala que el porcentaje de la muestra que no recurrió a argumentos compensatorios fue: 20% en la pregunta de situación estática, y 50% en la pregunta de mezclas continuas.

Al respecto, el estudio de Waldegg & de Agüero indica que:

“un argumento compensatorio establece la supuesta validez de la respuesta en términos de que el aumento en una de las variables produce (o es producido) por la disminución de otra correlacionada. En términos generales, es de esperarse que el argumento aparezca con cierta frecuencia ya que preludia el establecimiento de las proporciones correspondientes”. (p. 18)

Se anota que inicialmente para Piaget (1997), la noción de proporcionalidad, como parte del pensamiento formal, debería aparecer a partir de los once-doce años en ámbitos variados y en forma inicialmente cualitativa, aunque luego reformuló su teoría en 1970, cuando señaló que todos los sujetos normales alcanzan las operaciones formales, si no en las edades que había propuesto, sí en todos los casos entre los 15 y los 20 años (Sanz de Acedo Baquedano, 2011), sin embargo, de acuerdo a los resultados obtenidos, esta característica no termina de afirmarse en la mayoría de los estudiantes de ambos estudios.

Es en la parte matemática (*cuantificación*), y por ende en el establecimiento de la *proporción* que la dificultad se acrecienta notablemente, por ejemplo, en la pregunta de mezclas continuas el porcentaje que no cuantificó prácticamente llega al 90% en el área técnica, y supera el 96% en las otras áreas; en la pregunta de

situación estática, el porcentaje que no logró cuantificar representa más del 92% en todas las áreas, considerando cuantificaciones erróneas y no respuestas. Finalmente, en los cuatro indicadores que se investigaron en estas dos preguntas se evidenció diferencia según el área de estudio ($p < 0.05$).

En términos comparativos con la investigación de Waldegg & de Agüero el porcentaje de la muestra que cuantificó correctamente y en consecuencia que estableció la proporcionalidad requerida varió según el tipo de problema. En la pregunta de situación estática, el porcentaje de aciertos es inferior a los obtenidos tanto por el grupo de recién ingreso (30% de respuestas correctas), como por el grupo de egresados (respuestas correctas superior al 50%)

Por su parte, en la pregunta de mezclas continuas, los resultados obtenidos por el grupo de nuevo ingreso son similares a los del presente estudio, ya que no hubo respuestas correctas en ninguno de ellos. Sin embargo, el grupo de egresados logra un 25% de respuestas correctas.

3.2.3 Coordinación de sistemas de referencia (SR) y movimientos relativos.

Esta característica se investigó con tres problemas que proponían una situación de movimiento relativo, otra de movimiento en direcciones perpendiculares y otra de movimientos lineales desde diferentes SR. En cada problema se analizaron dos indicadores: *considerar sistemas de referencia (SR)* y, *realizar composición de movimientos*. Del análisis general se observó una notable diferencia de comportamiento entre dichos indicadores, pues el porcentaje de la muestra que sí *consideró SR* supera el 75% en las dos primeras preguntas y se aproxima al 60% en la tercera, pero al realizar la *composición de movimientos* la dificultad se incrementó considerablemente, pues apenas el 12.5% lo hace en el primer problema, el 20% en el segundo y un reducido 5% en el tercero.

Se debe tener en cuenta que *considerar SR* implicó imaginar una situación virtual con datos objetivos, aislando los factores intervinientes (vuelo de la mosca y la del avión o, movimiento la de la pelota y el tren), acción que constituye parte del pensamiento formal, sin embargo, de lo indicado se desprende que la dificultad estuvo en la composición de movimientos, característica que para Piaget (1997) es

parte de las estructuras INRC, y que ejemplificó con el movimiento de un caracol que camina sobre una plancha en movimiento, debiendo el sujeto ser capaz de componer entre sí dichos movimientos.

Un aspecto adicional a lo señalado en este tipo de problemas, sería la ausencia de conocimientos básicos de Física clásica, normalmente de bachillerato, cuyo entendimiento hubiese permitido plantear los problemas, y encontrar la solución.

Por otro lado, particularizando el análisis a nivel de áreas de estudio, se evidenció diferencias según los indicadores y tipo de problema. Así, en la pregunta de movimiento relativo, en lo referente a *considerar SR* hubo un comportamiento similar en las tres áreas ($p > 0.05$), aunque en el otro indicador (*composición de movimientos*), se evidenció diferencia entre áreas de estudio ($p < 0.05$), con un acierto del 17.3% en el área técnica, el 4% en el área social y el 14.9% en el área de la salud.

Respecto al problema de movimiento en direcciones perpendiculares, se evidenció diferencia entre áreas de estudio y en los dos indicadores ($p < 0.05$), por ejemplo, en el indicador de composición de movimientos, el acierto fue: 25.6% en el área técnica, el 8.7% en el área social y el 23.9% en el área de la salud.

El problema que más dificultades presentó fue el que planteaba movimientos lineales desde diferentes SR, en la parte de composición de movimientos apenas lo hizo el 8.3% del área técnica, el 1.6% del área social y el 4.5% del área de la salud, valores inferiores a los del estudio de Waldegg & de Agüero, puesto que más del 50% de los egresados realizaron la composición requerida, y el grupo de primer ingreso estuvo cercano al 20%.

Un hecho a destacar fueron algunas respuestas “extra lógicas” que son aquellas que desbordan las consideraciones lógicas expresadas en el problema y podrían suponer ausencia de ciertas condiciones del pensamiento formal, llevando a plantear experiencias personales como: “las moscas no viajan dentro de un avión” (respuesta unidad muestral No.119), o que se podría “usar un chip especial como en las carreras ciclísticas profesionales” (respuesta unidad muestral No. 22).

3.2.4 Equilibrio mecánico

Esta característica se investigó con tres problemas que proponían condiciones tanto de equilibrio estático como dinámico y un análisis de relaciones.

Analizando desde la generalidad de la muestra, se determinó que el componente *diferenciar variables*, tuvo una importante variación según las preguntas, mientras en la pregunta relativa al equilibrio en condiciones estáticas el porcentaje que si *diferenció variables* rebasó el 90%; en condiciones dinámicas, este porcentaje se redujo a la mitad (45%), y en la última pregunta apenas superó el 50%. En términos particulares, la pregunta de equilibrio estático mostró un comportamiento similar en las tres áreas ($p>0.05$), mientras que en las otras preguntas se evidenció diferencia según el área de estudio ($p<0.05$), tal es el caso de la pregunta que requería análisis de relaciones, aquí el porcentaje que si *diferenció variables* fue: 61.5% área técnica, 34.9% área social y 57.5% área de la salud.

Respecto al componente *desarrolla estrategias de compensación*, analizado desde la generalidad de la muestra, igualmente se observó una marcada diferencia según las preguntas, mientras en la pregunta relativa al equilibrio en condiciones estáticas el porcentaje que sí lo hizo rebasó el 86%; en condiciones dinámicas este porcentaje no llegó al 20% y en la última pregunta apenas superó el 13%. Analizando este componente por área de estudio, en los tres problemas se evidenció diferencia según el área ($p<0.05$), siendo el área técnica el que presentó los mejores resultados.

La última pregunta (análisis de relaciones) es la que presentó mayor dificultad, evidenciándose que el 76% de la muestra total no pudo realizar el análisis requerido, teniendo un comportamiento similar en las tres áreas ($p>0.05$). Esta dificultad también se presentó en el estudio de Waldegg & de Agüero, toda vez que menos del 20% de esa muestra pudo problematizar y resolver la situación planteada.

Estos problemas implicaban diferenciar y separar las variables intervinientes en el problema (peso - brazo de palanca, peso - movimiento de la cuerda a través de la polea y peso individual y/o combinado - brazo de palanca) y requería imaginar

posibilidades virtuales (compensación) en donde actuarían las estructuras N sugeridas por Piaget (grupo INRC) que significa que la negación de una acción y/o su recíproca permiten mantener las condiciones de equilibrio.

El problema del equilibrio estático presentó poca dificultad, pero a su vez era el que más se aproximaba a condiciones de la vida real, lo que podría suponer una influencia de la experiencia personal, hecho no aplicable a la pregunta de equilibrio dinámico, que implicaba imaginar una realidad virtual, es por ello que pese a diferenciar las variables (aislar factores), surgió la dificultad al momento de establecer la compensación entre éstas, siendo el área técnica la que tuvo el “mejor” porcentaje de aciertos (26.3%) frente al 12.7% del área social y el 18.7% del área de la salud. Esta dificultad para imaginar realidades, llevó en algunos casos a proponer las ya discutidas respuestas “extra lógicas” como: “si el mono se da la vuelta puede dejar de ver su imagen” (respuesta unidad muestral No. 122) o que el mono “se puede distraer viendo a su alrededor” (respuesta unidad muestral No. 240).

Respecto a la última pregunta (análisis de relaciones) se evidenció dificultad en la aplicación del pensamiento formal, ya que, a más de identificar y aislar las variables, se requería la interacción de la capacidad combinatoria con estrategias compensatorias (grupo INRC) para organizar y aislar cada combinación.

3.2.5 Razonamiento probabilístico

Esta característica se investigó con dos problemas relativos a probabilidad clásica y probabilidad clásica compuesta, evaluando la habilidad para *analizar* los casos posibles y *correlacionar* los mismos.

En este razonamiento se evidenció un comportamiento diferente tanto entre los dos indicadores como en el tipo de problema. Para la muestra total, el porcentaje que sí *analizó los casos posibles* superó el 77% en el problema de probabilidad clásica, mientras en la pregunta de probabilidad compuesta se aproximó al 50%. Estos valores son superiores a los del estudio de Waldegg & de Agüero, puesto que de la información proporcionada se desprende que, en la pregunta de



probabilidad clásica, un 66% de esa muestra sí pudo analizar los casos posibles, mientras en la pregunta de probabilidad compuesta apenas lo hizo el 25%.

Según el área de estudio este componente en ambos problemas, mostró diferencia ($p < 0.05$). En el problema de probabilidad clásica, el porcentaje del área técnica que sí analizó fue del 72.4%, 66.7% del área social y 93.3% del área de la salud, mientras que, en el problema de probabilidad compuesta, el porcentaje del área técnica que sí analizó fue del 41%, 45.27% del área social y 58.2% del área de la salud.

El indicador *correlacionar los casos posibles*, fue el que presentó más dificultad y ratificó la mayor complejidad del problema de probabilidad compuesta, puesto que en términos generales solo el 2.9% logró correlacionar, mientras en la pregunta de probabilidad clásica lo hizo el 22.6%. En el problema de probabilidad clásica se verificó una diferencia según el área de estudio ($p < 0.05$), así el porcentaje del área técnica que sí correlacionó fue del 35.3%, 7.97% del área social y 21.6% del área de la salud. En el problema de probabilidad compuesta, no se evidenció diferencia según el área ($p > 0.05$).

Este tipo de razonamiento implicaba un análisis combinatorio que permita analizar todos los casos o asociaciones posibles y, relacionarlos con una proporción aritmética. Para la solución podía aplicarse leyes de la matemática probabilística, o proponer algún método simbólico que lleve al mismo resultado. En el caso de la probabilidad clásica, la comparación requerida podía hacerse a nivel de razones.

La dificultad de este razonamiento significaría por un lado ausencia de coordinación entre el análisis de los casos y la correlación descritas, y por otro, desconocimiento de nociones básicas de matemáticas probabilísticas, por ejemplo, en el caso del problema de probabilidad clásica, la comparación pudo hacerse a nivel de razones, sin embargo, en este problema solo el 35.3% del área técnica pudo realizar la comparación requerida el 7.9% del área social y el 21.6% del área de la salud.

3.2.6 Operaciones proposicionales

Esta característica se investigó con dos problemas relativos a implicación y negación de cuantificadores. En el primer problema se buscó determinar el *análisis de casos posibles* para encontrar la conclusión de un silogismo a partir de una premisa incompleta por medio de un juicio de verdad sobre dicha conclusión. En el segundo problema por su parte, se investigó la habilidad para *analizar 2 cuantificadores y realizar la negación lógica de cada uno*. Se propusieron 3 variantes, en donde los cuantificadores intervinientes en la proposición inicial fueron: universal-particular, universal-universal y particular-universal.

En el problema de implicación, cerca del 60% de la muestra analizó completa y correctamente el problema planteado, mientras que el 9.9% lo hizo parcialmente y el 30.5% no lo hizo, porcentaje alto si se considera que las operaciones proposicionales exigen un uso adecuado del lenguaje, así como la capacidad de poder combinarlas verbalmente. Se evidenció diferencia según el área de estudio ($p < 0.05$), por ejemplo, el porcentaje que no analizó representó el 18.6% del área técnica, 50% del área social y 26.1% del área de la salud. Los resultados en términos generales son similares a los del estudio de Waldegg & de Agüero, ya que la mayoría de los estudiantes, tanto egresados como de recién ingreso, llegaron a la conclusión correcta, aunque con un análisis parcial.

En cuanto a la habilidad para analizar dos cuantificadores y realizar la negación lógica de cada uno, en términos generales cerca del 60% lo hizo parcialmente, es decir, solo identificó uno de los cuantificadores (generalmente el primero), valor similar al presentado en el estudio de Waldegg & de Agüero, puesto que la mayoría de los estudiantes “modificaron el cuantificador que aparece en primer lugar en la oración respectiva, ignorando o eliminando el segundo” (p. 26).

En términos particulares, el inciso que contenía los cuantificadores universal-particular evidenció diferencia según el área de estudio ($p < 0.05$), con los siguientes porcentajes de respuestas correctas tanto lógica como semánticamente: 5.8% área técnica, 1.6% área social y 1.5% área de la salud. Respecto al inciso que contenía los cuantificadores universal-universal igualmente se evidenció diferencia según el área de estudio ($p < 0.05$), con los siguientes porcentajes de respuestas correctas

tanto lógica como semánticamente: 1.3% área técnica, 0% área social y 0% área de la salud.

En el tercer inciso (cuantificador particular-universal) no se muestra diferencia según el área de estudio ($p>0.05$).

En este problema se destaca que al igual que el estudio citado, la mayoría de la muestra solo niega un cuantificador, generalmente el primero, y también se observó cierta actitud mecánica a la hora de estructurar la proposición resultante (luego de la negación) ya que en algunos casos se evidenció que a pesar de que negación lógica de los dos cuantificadores era correcta, semánticamente carecían de sentido.

Resumiendo lo hasta aquí discutido, respecto a los seis tipos de razonamiento, se determina que:

- En general, los resultados de la muestra se aproximan a los del grupo de estudiantes de primer ingreso referidos en el estudio de Waldegg & de Agüero.
- Considerando que la edad promedio de los estudiantes de la muestra fue 19 años, los resultados estarían en concordancia con la reformulación que hizo Piaget a su teoría respecto a la edad en que se alcanzaría la plenitud de las operaciones formales (entre los 15 y los 20 años), por lo que, para un análisis comparativo y por ende más objetivo, el estudio debería aplicarse a estudiantes que están próximos a egresar.
- Asumiendo que la totalidad de los estudiantes de la muestra, para acceder al curso de nivelación, debieron aprobar y alcanzar un puntaje mínimo en el examen ENES, uno de cuyos componentes era el razonamiento lógico matemático, existiría cierta contradicción que debe ser analizada y evaluada con más profundidad, ya que los resultados generales muestran debilidad en la capacidad de construir soluciones, resolver problemas, estructurar elementos para realizar deducciones, mediante una secuencia argumental sólida, que es como se definió al razonamiento lógico-matemático. Debe anotarse que los exámenes ENES han tenido características estándar, mientras que el

cuestionario que se aplicó en la investigación fue una batería de problemas no estándar.

- La mayor dificultad se presentó en los aspectos cuantitativos, lo que significaría ausencia de dominio de conceptos matemáticos que son parte de currículo del sistema educativo medio (combinatoria, sucesiones, probabilidades, proporciones). En consecuencia, debería evaluarse el nivel de conocimiento matemático con el que ingresan los estudiantes al sistema universitario, considerando la importancia de las matemáticas al desarrollo de las capacidades de razonamiento lógico, abstracción, rigor y precisión (Rico, 1997).
- Los seis tipos de razonamiento investigados tuvieron más de un problema asociado y se evaluaron con 37 indicadores. En términos generales, en todos los tipos de razonamiento, hubo una media superior al 60% que visualizó y comprendió la situación, siendo el razonamiento referente a coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos el que presentó el mejor desempeño, con una media sobre el 71% en sus tres problemas asociados, aunque, particularizando por problema, fue el de diagrama de árbol (razonamiento combinatorio) el que presentó los mejores resultados (92.7%), seguido del problema de equilibrio mecánico en condiciones estáticas, en contraste con el de proporción en condiciones estáticas que fue el de peor desempeño (39.2%).
- La mayoría de indicadores y problemas mostraron diferencias entre las áreas técnica, social y de la salud. Solo siete indicadores tuvieron similitud en las tres áreas: habilidad para visualizar correctamente la solución en los problemas de diagrama de árbol, movimiento relativo y equilibrio mecánico en condiciones estáticas. Así mismo, hubo dificultad común en la solución de los problemas de análisis de posibilidades en razonamiento combinatorio y equilibrio mecánico; cuantificación en el de probabilidad clásica compuesta y en la negación del cuantificador universal-particular de las operaciones proposicionales.



- En relación a los 30 indicadores en los que hubo diferencia según el área de estudio, el porcentaje de aciertos fue del 76.66% para el área técnica, 20% para el área de la salud y 3.33% para el área social.
- Se destaca que el área de la salud tuvo un mejor desempeño en los siguientes indicadores: identificar variables en mezclas continuas, considerar sistemas de referencia en los tres tipos de movimiento planteados, diferenciar variables en condiciones estáticas y, analizar los casos posibles en los dos problemas de probabilidad. Estos resultados podrían estar relacionados con los altos puntajes del examen ENES con que los estudiantes ingresan especialmente a la Carrera de Medicina y Cirugía.

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Conclusiones

Los estudiantes que cursaron el ciclo de nivelación, en el período septiembre 2015 – enero 2016, tuvieron una edad promedio de 19.1 años, en su mayoría hombres, provenientes de establecimientos públicos en más del 50%, y predominantemente moradores de zonas urbanas.

Con excepción de las operaciones proposicionales, los resultados de los otros tipos de razonamiento pudieron disgregarse entre la habilidad para visualizar y comprender la situación por un lado y, cuantificar y resolver el problema por otro, por lo que, a la luz de los resultados se puede afirmar que la mayoría de estudiantes de nivelación tienen la habilidad para visualizar y comprender las situaciones problemáticas propuestas, siendo el razonamiento referente a coordinación de sistemas de referencia y movimientos relativos el que prevalece.

Existe una dificultad y/o desconocimiento generalizado de los procesos matemáticos necesarios para cuantificar los problemas, siendo el razonamiento probabilístico el de peor desempeño, mientras que el de equilibrio mecánico tuvo menos errores.

Comparativamente entre las áreas estudiadas, el área técnica tiene un mejor desempeño, seguida por el área de la salud; en estas áreas prevalece el razonamiento combinatorio y el de equilibrio mecánico.

El área social tiene dificultades notables en los procesos de cuantificación, especialmente en los razonamientos: proporcional, probabilístico y de coordinación de sistemas de referencia



Existe dificultad general en el uso adecuado del lenguaje, especialmente en la capacidad de combinar verbalmente proposiciones, hecho expresado en la poca habilidad para analizar dos cuantificadores y realizar la negación lógica de cada uno. Igualmente, en el problema de implicación, a pesar que la mayoría de los estudiantes sí puede analizar correctamente la situación planteada, un alto porcentaje (40%) no lo puede hacer.

4.2 Recomendaciones

Continuar y profundizar la presente investigación, aplicándola a cada una de las carreras de las diferentes facultades, incluyendo variables de tipo socio-económico y demográfico de los estudiantes. Con ello se lograría establecer una línea base de las fortalezas y debilidades estudiantiles referidas al razonamiento lógico-matemático. Los resultados que se obtuviesen podrían orientar al rediseño curricular con el objetivo de superar las debilidades observadas.

Realizar estudios longitudinales, un seguimiento a lo largo del período formativo de los estudiantes, a fin de evaluar la incidencia del área de estudio en la capacidad de razonamiento lógico-matemático. De manera particular se recomienda evaluar a los estudiantes que están próximos a egresar y que pertenecen a las áreas en las que se realizó la investigación. En ese contexto, se pone a disposición de la comunidad universitaria (previa solicitud y justificación de uso) la base de datos que se levantó para la concreción del presente estudio.

Se recomienda el desarrollo de otros instrumentos, con enfoques teóricos diferentes, que permitan una evaluación semejante a la del presente estudio, con situaciones problemáticas acordes a la realidad local, evitando la copia y transmisión de respuestas correctas entre estudiantes y, considerando el tiempo necesario para resolverlos. Esto permitiría aportar al debate sobre el razonamiento lógico-matemático, y hasta desarrollar lineamientos con sustento científico, que coadyuven a la formulación de nuevas teorías.



Se recomienda investigar la objetividad de las pruebas estandarizadas que han sido y son requisito para ingreso al sistema universitario. De manera especial, se debe revisar la frecuencia de repetición que tienen ciertos problemas, cuya solución implica la memorización de algoritmos.

Las instituciones de educación superior, deberían ampliar la enseñanza de Matemáticas a aquellas carreras que en la actualidad no contemplan esta asignatura en su malla curricular. El contenido debe ser pertinente, a fin de potenciar el área de conocimiento, a la par de ser coadyuvante al desarrollo del razonamiento lógico-matemático en general. En esa misma línea, se debería reforzar o incorporar asignaturas que refuercen el uso adecuado del lenguaje.

Bibliografía

- Asociación Madrileña de Educadores Infantiles. (2005). www.waece.org. Recuperado el 28 de Febrero de 2015, de www.waece.org/web_nuevo_concepto/textos/5.pdf
- Cahueñas, L. (2011). Evaluación de un Programa para el Desarrollo del Pensamiento Formal en los alumnos del décimo año de Educación Básica del Colegio San Jose de la ciudad de Tena. Obtenido de www.utpl.edu.ec: <http://dspace.utpl.edu.ec/handle/123456789/6134>
- Cerchiario, E., Paba, C., Tapia, E., & Sanchez, L. (Abril de 2006). Nivel de pensamiento, rasgos de personalidad y promedios académicos en estudiantes universitarios. Revista de la Facultad de Ciencias de la Salud.
- EcuadorUniversitario.com. (2012). Recuperado el 9 de noviembre de 2014, de <http://ecuadoruniversitario.com/estudiantiles/snna/el-89-de-los-estudiantes-superaron-el-enes-del-19-de-mayo/>
- Fernandez Bravo, J. A. (2001). Generación de conceptos lógicos en educación infantil. La educación Matemática en el 2000: Actas del 1er Congreso Regional de Educación Matemática, 77-88.
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M., & Prieto, M. D. (diciembre de 2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. Anales de Psicología, 24(2), 213-222.
- Frances, F., Alaminos, A., Penalva, C., & Santacreu, O. (2014). El proceso de medición de la realidad social: la investigación a través de encuestas. Cuenca, Ecuador: PYDLOS Ediciones.
- Gardner, H. (1993). Inteligencias Múltiples La Teoría en la práctica. Barcelona: Paidós.
- Gómez, M. R., & Tapia, F. (2011). Diseño de Estrategias basadas en el razonamiento lógico para la solución de problemas matemáticos. Cuenca: Universidad de Cuenca.



- Iriarte, F., Espeleta, Á., Cortina, L., Zambrano, E., & Fernandez, F. (Junio de 2010). El razonamiento lógico en estudiantes universitarios. Zona Proxima (Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte)(12), 40-61.
- Katz, D., Piaget, J., Inhelder, B., & Busemann, A. (1970). Psicología de las edades. Madrid, España: Ediciones Morata S.A.
- Larrazolo, N., Backhoff, E., & Tirado, F. (2013). Habilidades básicas de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en Mexico. Recuperado el 7 de Noviembre de 2014, de <http://www.redalyc.org>: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=14028945006>
- Lliguaipuma, M. (2011). El pensamiento lógico matemático: destrezas cognitivas en el octavo año de educación básica. Tesis previa a la obtención del grado de Magister en Educación y Desarrollo del Pensamiento, Universidad de Cuenca, Facultad de Filosofía, Cuenca.
- Ministerio de Educación. (2013). <http://educacion.gob.ec/>. Recuperado el 3 de Noviembre de 2014, de web.educacion.gob.ec/_upload/10mo_anio_MATEMATICA.pdf
- Paltan, G., & Quilli, K. (2011). Estrategia metodológicas para desarrollar el razonamiento lógico matemático en los niños y niñas del cuarto grado de Educación Básica de la Escuela "martin Welte" del cantón Cuenca, en el año lectivo 2010-211. Tesis de Grado previa a la obtención del Título de Licenciada en Ciencias Básicas, Universidad de Cuenca, Facultad de Filosofía, Cuenca.
- Piaget, J. (1970). Lógica y conocimiento científico. 123. Buenos Aires: Proteo.
- Piaget, J., & Barbel, I. (1997). Psicología del niño. Madrid, España: EDICIONES MORATA, S. L.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. La educación matemática en la enseñanza secundaria, 15-38.
- Rodriguez, L. M., & Rosas, C. P. (2011). Bases Teórico-Metodológicas de una Epistemología de la Imaginación: ¿Por qué Piaget? En L. M. Rodriguez-Salazar, R. Quintero-Zazueta, & A. R. Hernandez-Ulloa, Razonamiento



Matemático, Epistemología de la Imaginación: (Re)pensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa (págs. 33-91). Barcelona Mexico: Gedisa Cinvestav.

Sanz de Acedo Baquedano, M. T. (2011). <http://qinnova.uned.es>. Recuperado el 23 de Mayo de 2015, de http://qinnova.uned.es/archivos_publicos/webex_actividades/4815/habilidadde_sfp1.pdf

Senescyt. (4 de Noviembre de 2014). www.senescyt.gob.ec. Recuperado el 4 de Noviembre de 2014, de <http://programasbecas.educacionsuperior.gob.ec/proceso-de-seleccion-9/>

Serna, E., & Florez, G. (16 de Agosto de 2013). <http://www.laccei.org>. Recuperado el 3 de Noviembre de 2014, de <http://www.laccei.org/LACCEI2013-Cancun/RefereedPapers/RP221.pdf>

Tibanquiza, D. (2013). Maestría en Diseño Curricular y Evaluación Educativa. Trabajo de Investigación. La incidencia del razonamiento lógico matemático en el rendimiento académico de los estudiantes de octavo, noveno y décimo año de educación básica, de la unidad educativa Cotaló, de la parroquia Cotaló, Cantón San Pedro de Pelileo, provincia de Tungurahua. Ambato, Ecuador.

Waldegg, G., & de Agüero, M. (1999). Habilidades cognoscitivas y esquemas de razonamiento en estudiantes universitarios. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 4(8), 203-244.



Anexos

Anexo 1: Instrumento

UNIVERSIDAD DE CUENCA. FACULTAD DE FILOSOFÍA MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS II COHORTE

Estimado Estudiante:

El presente cuestionario, pretende investigar ciertos factores del razonamiento lógico matemático en estudiantes de nivelación.

Te garantizamos el anonimato y confidencialidad del mismo, destacando que su uso persigue fines estrictamente académicos.

Este cuestionario consta de 18 problemas en donde interesa tu **estrategia de razonamiento**, es decir, el procedimiento que sigues para llegar a la respuesta.

Por lo tanto, es de suma importancia que escribas todo lo que piensas para resolver los problemas, pudiendo usar dibujos, letras, números, símbolos, etc. Es necesario que seas **ordenado y utilices una escritura legible**.

Adicionalmente, constan preguntas de tipo socio demográfico, con carácter informativo.

Por lo tanto, te invitamos a resolver el mismo, esperando que nos entregues dentro de cuarenta y cinco (45) minutos, contados a partir de la indicación del coordinador.

Facultad:
Escuela
Fecha:

Número de Cuestionario	
-------------------------------	--

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
1	En una fábrica ensambladora las máquinas se operan por parejas de trabajadores. Había 12 trabajadores y se contratan 10 más	
	1.1 ¿Cuántas parejas distintas se pueden organizar?	
	1.2 ¿y si se contrataran 15 trabajadores nuevos?	
	1.3 Si los trabajadores nuevos (de la pregunta 1.2) forman parejas entre ellos y los antiguos continúan trabajando con su misma pareja, ¿cuántas parejas se forman en total?	

EXPLICA EL PROCEDIMIENTO:

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
2	Una persona portadora del VIH contagia, en promedio, a tres personas en un mes. Si cada una de éstas, a su vez, contagia a otras tres personas durante el siguiente mes y el proceso se repite.	
	2.1 ¿cuánta gente estará contagiada después de tres meses?	
	2.2 ¿y en un semestre?	
	2.3 ¿y en un año?	

EXPLICA EL PROCEDIMIENTO:

No.	PREGUNTA
3	Aldo, Boris y Carl entran a un concurso en el que se están rifando entradas al cine. Se sabe que hay dos boletos para una película italiana y tres para una película francesa. A cada participante se le da un sobre cerrado con un boleto, el ganador será quien adivine qué boleto tiene antes de abrir el sobre. Aldo, fue el primero en contestar: él vio los boletos de Boris y Carl pero no el suyo propio, a pesar de ello, su respuesta fue "no sé". Boris, el segundo en contestar, vio el boleto que le dieron a Carl y escuchó la respuesta de Aldo, aun así, su respuesta fue "no sé". Finalmente Carl, que no pudo ver ninguno de los tres sobres (pero que escuchó las respuestas de sus compañeros) dice "sí sé" y se gana el premio.
	3.1 ¿Cómo supo Carl qué boleto tenía?
	3.2 ¿qué película vio?

EXPLICA EL PROCEDIMIENTO:



No.	PREGUNTA
4	Se tienen dos jarras del mismo tamaño, una con 1 litro (= 4 vasos) de agua y otra con 1 litro de jugo de naranja. De la jarra de jugo de naranja se toma un vaso, se vacía en la jarra de agua y se mezcla bien. De la naranjada que resulta se toma un vaso y se vacía en la primera jarra.
	4.1 ¿Qué hay más: agua en la jarra de jugo o jugo en la jarra de agua?

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA
5	<p>Hay dos familias: los Martínez y los Fernández. Cada familia tiene cuatro miembros: el padre, la madre, una hija y un hijo. El Sr. Martínez no conoce al Sr. Fernández. La Sra. Martínez no conoce a la Sra. Fernández. La hija de los Martínez no conoce a la hija de los Fernández. El hijo de los Martínez no conoce al hijo de los Fernández.</p> <p>Conclusión: Ningún miembro de la familia Martínez conoce a ningún miembro de la familia Fernández.</p>
	<p>5.1 ¿Es correcta esta conclusión?,</p> <p style="text-align: right;">SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/></p>

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
6	Una mosca vuela a una velocidad de 70 km/h dentro de un avión que viaja a 900 km/h.	
	6.1 ¿Cuál es la velocidad de la mosca?	

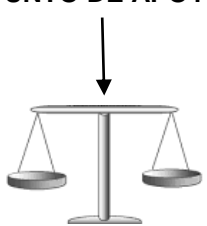
EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA
7	Un niño que viaja en un tren juega con su pelota lanzándola verticalmente hacia arriba.
	¿Caerá la pelota en sus manos? <input type="checkbox"/>
	¿Detrás de él? <input type="checkbox"/>
	¿Delante de él? <input type="checkbox"/>

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
8	En una carrera ciclista, se fija un contador automático que cuenta los competidores por minuto que pasan por un punto determinado. Si un hombre se mueve en sentido contrario al de la carrera,	
	8.1 ¿contará más, menos o igual número de ciclistas por minuto que el contador automático?	MAS <input type="checkbox"/> MENOS <input type="checkbox"/> IGUAL <input type="checkbox"/>
	8.2 ¿Y si el hombre se mueve en el mismo sentido de la carrera, contará más, menos o igual número de ciclistas por minuto que el contador automático?	MAS <input type="checkbox"/> MENOS <input type="checkbox"/> IGUAL <input type="checkbox"/>

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA
9	Una balanza como la de la figura está inicialmente en equilibrio. Si el punto de apoyo se deslizará hacia la derecha, dibuja como quedaría la balanza
	<p style="text-align: center;">PUNTO DE APOYO</p> 

DIBUJA Y EXPLICA TU RESPUESTA:



No.	PREGUNTA
10	Un mono trepa por el extremo de una cuerda que pasa por una polea. En el otro extremo de la cuerda y a la misma altura del mono está fijo un espejo.
	10.1 ¿Puede el mono dejar de ver su imagen? SI <input type="checkbox"/> NO <input type="checkbox"/>

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
11	Se tienen 5 monedas de apariencia idéntica, pero se sabe que una de ellas es falsa (no se sabe si la falsa pesa más o menos que las auténticas)	
	11.1 ¿Cuál es el número mínimo de pesadas (en una balanza de platillo como la del problema 9) para averiguar cuál es la moneda falsa y si pesa más o menos que las otras?	

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA
12	¿Qué es más probable?:
	Sacar una bola negra de una urna de 7 bolas, 5 de las cuales son negras <input type="checkbox"/>
	Sacar una bola negra de una urna en donde hay 11 bolas, 8 de las cuales son negras <input type="checkbox"/>

EXPLICA TU RESPUESTA:

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
13	En una serie de cinco lanzamientos de una moneda de un dólar.	
	13.1 ¿cuál es la probabilidad de obtener 3 caras y 2 águilas (en ese orden)?	

EXPLICA TU RESPUESTA:



No.	PREGUNTA
14	Escribe la negación de las siguientes afirmaciones:
	a) Todos los días están prestados algunos libros de la biblioteca. RESPUESTA:
	b) Ninguno de los compañeros de Mario usa lentes todo el tiempo. RESPUESTA:
	c) Algunas veces está abierta la puerta norte de la universidad durante todo el día. RESPUESTA:

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
15	A partir de la afirmación inicial, indica si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera: "Siempre que el bebé llora de noche la madre se despierta"	
	a) Si el bebé no llora la madre no se despierta.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	b) Si el bebé no llora la madre se despierta.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	c) Si el bebé llora la madre no se despierta.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	d) Una vez el bebé lloró y la madre no despertó.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	e) Una vez que el bebé no lloró la madre despertó	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>



No.	PREGUNTA	RESPUESTA
16	A partir de la afirmación inicial, indica si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera: "Cada vez que queremos ir al cine, llueve"	
	a) Si llueve es porque queremos ir al cine.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	b) Si no queremos ir al cine, no llueve.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	c) Si mañana queremos ir al cine, lloverá.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	d) No queremos ir al cine porque llueve.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	e) Siempre que llueve queremos ir al cine	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>

No.	PREGUNTA	RESPUESTA
17	A partir de la afirmación inicial, indica si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera: "La mayoría de los alumnos que aprueban matemáticas, aprueban español"	
	a) Hay alumnos que reprueban matemáticas y aprueban español.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	b) Muchos de los alumnos que aprueban español, reprueban matemáticas.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	c) Algunos alumnos reprueban matemáticas y español.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	d) Hay alumnos que aprueban matemáticas y reprueban español.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	e) Nadie que apruebe matemáticas reprueba español.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>
	f) Para aprobar español hay que aprobar matemáticas.	FALSA <input type="checkbox"/> VERDADERA <input type="checkbox"/>



No.	PREGUNTA	RESPUESTA
18	Un cuarto oscuro está iluminado por una vela. La sombra de un florero en la pared mide el doble del florero. Si el florero está situado a 50 cm de la vela,	
	18.1 ¿a qué distancia está la vela de la pared?	

EXPLICA TU RESPUESTA:

Preguntas de Control Socio-demográfico	
Tipo de colegio de bachillerato	Público <input type="checkbox"/> Privado <input type="checkbox"/> Fisco-misional <input type="checkbox"/>
Residencia	Urbano <input type="checkbox"/> Rural <input type="checkbox"/>
Sexo	Hombre <input type="checkbox"/> Mujer <input type="checkbox"/>
Edad _____ (años)	
¿Incluyéndote a ti, cuántas personas integran tu núcleo familiar? _____	
<p>Califica del 1 al 5 como consideras la situación económica de tu hogar. Siendo 1 muy baja y 5 muy alta.</p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>2 <input type="checkbox"/></p> <p>3 <input type="checkbox"/></p> <p>4 <input type="checkbox"/></p> <p>5 <input type="checkbox"/></p>	

Anexo 2: Autorización y solicitud de uso del instrumento

Imprimir - Google Chrome

about:blank

Asunto:	Re: SOLICITUD
De:	Mercedes de Agüero (mechedeaguero@gmail.com)
Para:	esteban_mendieta@yahoo.com;
Fecha:	Martes, 14 de abril, 2015 13:36:59

Estimado Esteban Mendieta: es un gusto saber que este estudio le es de interés y utilidad científica y académica. Puede usted utilizar los problemas que se elaboraron para el estudio mencionado. En cada sección del artículo al que usted refiere, en el que publicamos los resultados se presentan los problemas tal cual los utilizamos nosotras.
Se presentaron por escrito en hojas blancas tamaño carta, dos problemas por hoja, con espacio para ser contestados, se les ofrecían más hojas bond blancas y se les dieron lapices para contestar. Puede usted, con mi aprobación, copiarlos del artículo, para entregarlos a los estudiantes de Cuenca y hacer su trabajo de graduación. Estoy abierta a cualquier otra situación o duda que tenga respecto a dicho estudio. Desafortunadamente no tengo el archivo original puesto que están en discos de 3.5" que ya no tengo como leerlos en mi computadora.
Esperando poder conocernos personalmente, le mando un saludo desde la Ciudad de México.
Asimismo, le comparto otra cuenta de correo electrónico: ma_s59@hotmail. También tengo cuenta de facebook, donde podemos estar en contacto (Mercedes de Agüero: <https://www.facebook.com/mercedes.deaguero>).
Mercedes.

2015-04-14 13:08 GMT-05:00 Esteban Mendieta Vanegas <esteban_mendieta@yahoo.com>:

Cuenca, 9 de abril del 2015

Doctora

Mercedes De Agüero Servín

México

Estimada Doctora:

Le saluda Esteban Mendieta Vanegas, de Cuenca Ecuador. Soy estudiante del Programa de Maestría en "Docencia de la Matemáticas" de la Universidad de Cuenca (www.ucuenca.edu.ec).

Como parte de mi trabajo de graduación, estoy investigando la caracterización del Razonamiento Lógico Matemático en los estudiantes de nivelación de la mencionada Universidad.

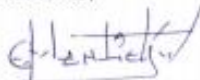
Para el efecto he encontrado un cuestionario desarrollado por usted que contiene 18 situaciones problemáticas, dentro del estudio "Habilidades cognoscitivas y esquemas de razonamiento en estudiantes universitarios", publicado en la Revista Mexicana de Investigación Educativa, vol. 4, núm. 8, julio-diciembre de 1999.

Partiendo de lo acertado y oportuno del cuestionario y, considerado que el mismo es parte de un Proyecto Académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto, me he permitido utilizar el mismo como un Instrumento para mi proyecto de investigación.

En virtud de lo anterior, comedidamente le solicito considere la factibilidad de que me permita acceder a la totalidad de dicho cuestionario.

En espera de su oportuna respuesta y comentarios, anticipo mis sentimientos de agradecimiento.

Atentamente,



Esteban Mendieta Vanegas
MAESTRANTE UNIVERSIDAD DE CUENCA

esteban_mendieta@yahoo.com / esteban.mendieta@cnt.gob.ec
Ramón Borrero 1-65 y Av. 3 de
Noviembre (Sector Los Arupos)
(593)(7)2826-153 / 0996123337
Cuenca - Ecuador